SPRAWOZDANIE

DYREKCYI

c. k. wyższego gimnazyum

W TARNOPOLU

za rok szkolny 1897.

TREŚC:

1. Elektromagnetyczna teorya światła. Napisał Włodzimierz Lewicki.
2. Część administracyjna.

W TARNOPOLU.
NAKŁADEM FUNDUSZU SZKOLNEGO

Z drukarni Stanisława Kossowskiego.
1897.

Elektromagnetyczna teorya światła

napisał

Włodzimierz Lewicki.

W rozwoju optyki teoretycznej rozróżniamy trzy główne fazy: teoryę emanacyjną, teoryę undulacyjną i teoryę elektromagnetyczną. Dwie pierwsze prawie równocześnie powstały, a zbudowali je dwaj najwięksi koryfeusze fizyki XVII. stulecia, Newton i Huyghens. W krytyczny rozbiór obu tych teoryj nie będziemy wchodzili, gdyż o nich nauka już dawno wypowiedziała swe zdanie; zaznaczymy tylko, że pierwsza z nich t. j. teorya wypływu, dzięki potężnemu wpływowi, jaki genialny umysł Newtona wywierał na współczesnych i potomnych, utrzymywała się jeszcze w pierwszych dziesiątkach dzisiejszego stulecia, a hołdowały jej jeszcze tak krytyczne umysły, jak Laplace i Poisson. — Usiłowania Eulera, aby teoryi undulacyjnej zapewnić zwycięstwo i przewagę, spełzły na niczem i dopiero genialne prace Fresnela, Younga, Foucaulta, F. Neumanna i innych stanowczo rozstrzygnęły spór na korzyść teoryi undulacyjnej. Teorya ta rozwinęła się znakomicie, a dzięki teoretycznym pracom Hamiltona nad stożkową refrakcyą, ktorą następnie doświadczalnie stwierdził Lloyd, zyskała co raz to więcej prawdopodobieństwa.

W teoryi undulacyjnej są jednak miejsca wątpliwe, których doświadczenie czysto optycznej natury nie było w stanie rozstrzygnąć. Taką wątpliwą kwestyą była n. p. kwestya t. zw. płaszczyzny polaryzacyi. Jak wiadomo, Fresnel przyjmował, że płaszczyzna drgania jest prostopadłą do płaszczyzny polaryzacyi, a co za tem idzie, że gęstość eteru jest zmienną, przeciwnie zaś F. Neumann przyjmował, że obie te płaszczyzny są identyczne, że zatem gęstość eteru jest stałą, zmienną zaś jest jego sprężystość w różnych kierunkach. Obie te hipotezy zarówno dobrze wyjaśniają zjawiska spostrzegane w środowiskach jedno-

rodnych, kwestya przeto, czy hipoteza Fresnela czy Neumanna jest racyonalniejszą, pozostawała otwartą.

W połowie jednak naszego stulecia nastał zwrot w tłumaczeniu zjawisk fizycznych. Dzięki wiekopomnym pracom R. Mayera i Joule'a wydarła nauka przyrodzie prawo najważniejsze, ściśle sformułowane przez Clausiusa i Helmholtza, prawo, pod które wszystkie zjawiska przyrody dadzą się podciągnąć; jest to prawo zachowania energii. Wiekopomne to odkrycie musiało naprowadzić na wniosek, że wszystkie rodzaje energii, jakie dotychczas rozróżniano wśród zjawisk przyrody, są ostatecznie formą jednej i tej samej energii. Za słusznością tego zdania przemawiać poczęła ta okoliczność, że jedną formę energii można przekształcić w drugą; i rzeczywiście przekonano się, że ścisły zachodzi związek między pracą mechaniczną a ciepłem. Poczęto szukać dalej za związkami między światłem i elektrycznością i poszukiwania te wydały nadspodziewane wyniki.

Myśl, że między zjawiskami optycznej i elektrycznej natury istnieje związek, kiełkowała już poniekąd w umyśle Gaussa, Webera, Riemanna, a przedewszystkiem L. Lorenza i Faradaya, który to ostatni wykrył nawet skręcenie płaszczyzny polaryzacyi pod wpływem prądu. Atoli pierwszym, który owe zjawiska poddał ścisłej analizie matematycznej, który potrafił wyprowadzić łączność między obu na pozór oddzielnemi grupami zjawisk, był James Clerk Maxwell (1865). On to opatrzony z jednej strony umysłem krytycznym i przenikliwym, a z drugiej wsparty analizą matematyczną, dał podwaliny do nowej teoryi, którą nazwał elektromagnetyczną teoryą światła. Ścisłe prawa, jakie Maxwell teoretycznie wyprowadził, stwierdzili i stwierdzają doświadczalnie liczni jego następcy, a wszystkie te prace zdają się wskazywać na to, że *światło jest zjawiskiem elektromagnetycznej natury*.

Czy przez to straciła co teorya undulacyi? Bynajmniej; nauka zyskała tylko jeden dowód więcej, że energia jest tylko jedna, a objawiać się może pod najróżnorodniejszą postacią. Sama teorya światła zyskała tylko, bo wyjaśniono w niej wiele kwestyi wątpliwych, jak n. p. kwestyę płaszczyzny polaryzacyi.

Teorya Maxwella upatruje przyczynę zjawisk elektrycznych i magnetycznych w ruchu drgającym poprzecznej natury; zgodność tej teoryi z rzeczywistością wykazał doświadczalnie przedwcześnie zmarły fizyk z Bonn, Henryk Hertz, a jego prace nad falami elektrycznemi stanowią, jak powiada V. Lang, epokę w fizyce nowoczesnej; zgodność tę wykazali i wykazują liczni następcy Hertza, jak Wiedemann, Ebert, Hallwachs, Ritter, Lodge, Sarasin, de la Rive, Lecher, Colson, Klemencic, Birkenland, Bjerknes,

Biernacki i cały szereg innych na drodze doświadczalnej, Cohn, Lodge, Poincaré, Poynting, a w pierwszym rzędzie Heaviside [1]), który to ostatni wprowadził do teoryi fal elektrycznych rachunek kwaternionów, na drodze teoretycznej.

Zadaniem naszem będzie właśnie podać — nie wchodząc bliżej w teoryę fal elektrycznych i w doświadczalne prace Hertza — wyniki elektromagnetycznej teoryi światła. Zanim jednak przystąpimy do właściwej teoryi światła, musimy bodaj pokrótce rozebrać prawa pól magnetycznych, gdyż na nich opiera się cała teorya Maxwella Jakkolwiek wyniki teoryi pól magnetycznych zgadzają się z wynikami, do jakich doszli Helmholtz, Weber, Neumann i Thomson, jednak punkt wyjścia u Maxwella jest zupełnie inny, niż u tamtych uczonych. Stąd to w naszych rozważaniach będziemy prawie wyłącznie uwzględniali hipotezy i teorye Maxwella, gdyż one do zrozumienia teoryi światła będą nieodzowne.

---

[1]) Por. n. p. Föppl. Einleitung in die Maxwell'sche Theorie der Electricität.

CZĘŚĆ PIERWSZA.

Teorya pól magnetycznych.

Rola dielektryków w teoryi Maxwella.

1. W dawniejszych teoryach elektryczności małą tylko albo wcale żadnej nie przypisywano roli izolatorom lub, jak je Faraday nazwał, dielektrykom. Cały proces, jaki zachodził przy zjawisku elektrycznem, odbywał się w samym przewodniku, izolator zaś zachowywał się biernie. Zjawisko indukcyi przypisywano wprost działaniu w dal. Były wprawdzie umysły, które w żaden sposób pogodzić się nie mogły z myślą, że możliwą jest jakaś: „actio in distans". Takimi umysłami byli Poisson i Mosotti, którzy pierwsi bodaj w części przyznali pewną rolę dielektrykom w zjawiskach elektrycznych[1]). Również i Faraday odrzucał owe działanie w dal, a wprowadzone przezeń pojęcie pól magnetycznych (względnie elektrycznych) i linii sił, jakkolwiek nie tłumaczy istoty zjawisk elektrycznych, rzuca jednak pewne światło na działania, w zjawiskach tych występujące.

Dopiero Maxwell wystąpił z poglądem, że nie przewodniki, ale właśnie dielektryki są siedzibą energii elektrycznej, że więc im należy przypisać pierwszorzędną rolę; twierdzenie to było podstawą, na której Maxwell oparł swą teoryę. Według Maxwella cały dielektryk jest wypełniony materyą lekką, nieważką, zachowującą się podobnie jak eter świetlny; płyn ten idąc za Poincaré'm nazwiemy *płynem indukcyjnym* (jakkolwiek Maxwell nazywa go wprost elektrycznością). Gdy wszystkie przewodniki, rozmieszczone w dielektryku *jednorodnym*, znajdują się w stanie normalnym, to płyn indukcyjny znajduje się *w równowadze normalnej*; gdy zaś przewodniki będą naelektryzowane, ale wskutek indukcyi elektrostatycznej masy elektryczne rozmieszczone na nich znajdą się w równowadze, to płyn indukcyjny przejdzie podług Maxwella w stan, zwany równowagą napięcia, lub, jak się niemieccy fizycy wyrażają, w stan *polaryzacyi dielektrycznej*.

---

[1]) Patrz n, p. Poincaré: Electricité et l'optique, tom I. rozdz. II.

Gdy drobina płynu indukcyjnego dozna wychylenia z położenia równowagi normalnej, to według Maxwella zajdzie tu t. zw. *elektryczne przesunięcie*. Składowe tego przesunięcia f, g, h są podług Maxwella:

$$f = -\frac{K\frac{\partial\psi}{\partial x}}{4\pi},\quad g = -\frac{K\frac{\partial\psi}{\partial y}}{4\pi},\quad h = -\frac{K\frac{\partial\psi}{\partial z}}{4\pi} \qquad 1),$$

gdzie ψ jest potencyałem elektrostatycznym w uważanym punkcie (xyz) dielektryka, zaś K t. zw. *współczynnikiem dielektrycznym* (zdolnością indukcyjną właściwą)[1]. Równania te podaje Maxwell według swego zwyczaju a priori, uzasadniając je na innem miejscu.

Z równań 1) możemy wyprowadzić wprost wielkość składowych siły działającej na element $dxdydz$ płynu indukcyjnego, znajdującego się w stanie polaryzacyi. Ponieważ, jak wiadomo, pochodne potencyału dają wielkość powyższych składowych, przeto znacząc te składowe kolejno przez ξ, η, ζ, otrzymamy wprost:

$$\xi = -\frac{4\pi}{K}f,\quad \eta = -\frac{4\pi}{K}g,\quad \zeta = -\frac{4\pi}{K}h, \qquad 2)$$

co dowodzi, że składowe tej siły są proporcyonalne do składowych elektrycznego przesunięcia.

Ponieważ ze zmianą naboju jakiegoś przewodnika, znajdującego się w dielektryku, zmienia się potencyał ψ, przeto zmieniają się i składowe f, g, h przesunięcia; gdy więc elektryczność na przewodniku znajdzie się w ruchu, płyn indukcyjny nie może pozostawać w spoczynku Maxwell udowadnia[2]), że elektryczność i płyn indukcyjny zachowują się jak dwa płyny nieścisliwe, t. z. że ilość płynu indukcyjnego, która w danej chwili przez powierzchnię wypłynęła, równa się ilości elektryczności, która w tym samym czasie tam wpłynęła. Płyn indukcyjny odznacza się przeto znaczną sprężystością.

---

[1]) Ponieważ w elektromagn: teoryi światła stała K odgrywa bardzo ważną rolę, przeto podamy dokładne jej określenie podług Faraday'a: Stała K dielektryka ze względu na powietrze, uważane za jednostkę, równa się stosunkowi pojemności kondenzatora, zawierającego ten dielektryk, do pojemności drugiego kondenzatora, mającego tę samą wielkość i ten sam kształt, a wypełnionego powietrzem. Patrz n. p. Tumlirz: Elektromagnetische Theorie des Lichtes str. 15.

[2]) Maxwell dochodzi mianowicie do równania:

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial z} = o,$$ cechującego według zasad hydrodynamiki płyny nieślisliwe. Patrz n. p. Thomson u. Tait: Theoretische Physik, tom I. cz. I. str 141, 3 i str. 256, b.

Podamy teraz wyrażenie na wielkość energii potencyalnej, jaką przedstawia system przewodników, naładowanych elektrycznością, a rozmieszczonych w dielektryku. Wyrażenie to można otrzymać albo sprowadzając energię do pracy, wykonanej przez masy wskutek wzajemnego odpychania i przyciągania tych mas elektrycznych, albo wprost z rozważania sprężystości płynu indukcyjnego, wyprowadzonego ze stanu normalnej równowagi.

Element pracy wykonanej przy przesunięciu elektryczności w elemencie przestrzeni $dxdydz$, które to przesunięcie ma składowe δx, δy, δz, jest oczywiście:

$$-\varrho\left[\frac{\partial\psi}{\partial x}\delta x+\frac{\partial\psi}{\partial y}\delta y+\frac{\partial\psi}{\partial z}\delta z\right]dxdydz,$$

gdzie ϱ jest gęstością elektryczności, $\varrho dxdydz$ masą elementu $dxdydz$. Całkowita praca ze znakiem przeciwnym jest oczywista równą przyrostowi energii potencyalnej W; a więc:

$$\delta W=\iiint\varrho\left[\frac{\partial\psi}{\partial x}\delta x+\frac{\partial\psi}{\partial y}\delta y+\frac{\partial\psi}{\partial z}\delta z\right]dxdydz$$

Stąd przez cały szereg przekształceń, polegających na znanem twierdzeniu Gaussa, że:

$$\iint F\cos(Y,N)\,dxdz=\iiint\frac{\partial F}{\partial y}\,dxdydz \qquad ^{1)}$$

i na rozszerzonem twierdzeniu Poissona:

$$\Sigma\frac{\partial}{\partial x}\left(K\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)=-4\pi\varrho,$$

dojdziemy do wyrażenia:

$$\delta W=\delta\iiint\frac{K}{8\pi}\Sigma\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2dxdydz,$$

a więc:

$$W=\iiint\frac{K}{8\pi}\Sigma\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2dxdydz, \qquad ^{2)} \qquad 3)$$

Stała całkowania jest 0, bo energia potencyalna dla stanu normalnego jest 0.

Przy pomocy równań 1) można ostatnie wyrażenie podać także w formie:

$$W=\iiint\frac{2\pi}{K}\left(f^2+g^2+h^2\right)dxdydz \qquad 3')$$

---

1) Patrz n. p. Lang: Einleitung in die theor. Physik, str. 163.

2) „ Maxwell: Lehrbuch der Electricität und Magnetismus (tł. Weinsteina), tom I. str. 132.

2. Budowa dielektryków jednorodnych naprowadzić musiała Maxwella do wniosku, że w ogóle w układzie elektrycznym, złożonym z przewodników i dielektryków, istnieją wyłącznie prądy zamknięte.

W zwykłej teoryi elektryczności rozróżniamy mianowicie prądy zamknięte i otwarte, które ustają wtedy, gdy różnica potencyałów stanie się równą sile elektromotorycznej źródła elektrycznego (n. p. gdy bieguny ogniwa elektrycznego połączymy z oboma obłożeniami kondenzatora lub z dwoma izolowanymi konduktorami); Maxwell zaś przyjmuje tylko prądy zamknięte. Zauważmy bowiem t. zw. prąd otwarty, powstający wtedy, gdy bieguny elementu galwanicznego połączymy z dwoma izolowanymi konduktorami. Konduktor elektryzujący się dodatnio musi według teoryi unitarnej przyjąć więcej płynu elektrycznego, niż go miał w stanie normalnym, na drugim konduktorze, elektryzującym się ujemnie, musi się ilość płynu elektrycznego zmniejszyć. Ponieważ jednak — jak wyżej powiedzieliśmy — elektryczność jest płynem nieściśliwym, przeto jej gęstość musi pozostać stałą; nie może więc w jednym punkcie powstać zgęszczenie, w drugim rozrzedzenie. Skutkiem tego ów nadmiar elektryczności na jednym konduktorze wypycha z niego część płynu indukcyjnego, przenikającego całą przestrzeń; ten wypchnięty płyn indukcyjny potrąca drobiny płynu indukcyjnego, jaka z pierwszego uszła. Wskutek tego otrzymujemy prąd zamknięty przez dielektryk, a ponieważ drobiny płynu indukcyjnego przesuwają się wzdłuż linii sił, jak wskazują równania 1), przeto można powiedzieć, że prądy otwarte w teoryi Maxwella zamykają się wzdłuż linii sił.

W teoryi Maxwella istnieją przeto wyłącznie prądy zamknięte.

3. Prądy zamknięte rozdziela Maxwell na prądy dwojakiej kategoryi: na prądy *przewodnictwa* i prądy *przesunięcia*. Prądy przewodnictwa są to prądy zamknięte, przebiegające przewodnik (łącznik), prądy przesunięcia powstają skutkiem przesunięcia drobin płynu indukcyjnego. Gdy mamy do czynienia z t. zw. prądem otwartym zwykłej teoryi, to oczywiście prąd ten składa się z prądu przewodnictwa i prądu przesunięcia. Widoczną dalej jest rzeczą, że w teoryi Maxwella mogą istnieć nawet zamknięte prądy, będące wyłącznie prądami przesunięcia; prądy te odgrywają nader ważną rolę w elektromagnetycznej teoryi światła.

Naturalną jest rzeczą, że w teoryi Maxwella prądy przewodnictwa muszą podlegać prawom, wysnutym doświad-

czalnie, a więc prawom Ohma[1]), Joulé'a, Ampère'a i prawom indukcyi. Co się tyczy prądów przesunięcia, to Maxwell przyjmuje, że i one podlegają prawom Ampèré'a i prawom indukcyi, nie można natomiast stosować do nich praw Joulé'a i Ohma, choćby już z tego powodu że prądy te mają przy swem powstawaniu do pokonania opór, powstały ze sprężystości płynu indukcyjnego, a opór ten jest oczywiście inny, niż opór przewodnika.

Zachodzą jeszcze dalsze różnice między prądami przewodnictwa, a prądami przesunięcia. Podług Maxwella usiłuje płyn indukcyjny, wypełniający dielektryk, poruszać się pod wpływem sił elektrycznych, podobnie jak elektryczność, wypełniająca przewodnik, oba te płyny bowiem jako nieściśliwe wypychają się wzajemnie. Ruch drobin płynu indukcyjnego ustaje nader szybko wskutek przeciwdziała-

---

[1]) Ze względu na to, że z prawa Ohma niejednokrotnie wypadnie nam w dalszym ciągu korzystać, przeto podamy to prawo w postaci nieco odmiennej, niż się je zazwyczaj podaje. Jeżeli przewodnik jest liniowy i jednorodny, a siła elektromotoryczna jest czynną tylko między jego końcówkami, to znacząc opór jego przez R, natężenie prądu przez i, różnicę potencyałów przez $\psi_1 - \psi_2$, otrzymamy zwykłe wyrażenie na prawo Ohma!

$$Ri = \psi_1 - \psi_2.$$

Ponieważ jednak de facto i w samym przewodniku w różnych miejscach występuje siła elektromotoryczna (ze względów termicznych, chemicznych itp.), przeto znacząc sumę tych sił elektromotorycznych przez ΣE, otrzymamy prawo Ohma:

$$Ri = \psi_1 - \psi_2 + \Sigma E.$$

Atoli opór $R = \frac{l}{Cdw}$, gdzie l jest długość łącznika, dw przekrój, a C t. zw. współczynnik przewodnictwa właściwego; więc $\frac{li}{Cdw} = \psi_1 - \psi_2 + \Sigma E$.

Biorąc nieskończenie mały element łącznika o długości dx i znacząc różnicę potencyałów na jego końcówkach przez $-d\psi$, a przez Xdx zmianę siły elektromotorycznej każdego innego pochodzenia w tym elemencie, otrzymamy:

$$\frac{i}{Cdw} = -\frac{\partial\psi}{\partial x} + X; \quad \frac{i}{dw} = u \text{ (prędkość przepływu elektryczności)};$$

więc:

$$\frac{u}{C} = -\frac{\partial\psi}{\partial x} + X \quad \text{i to jest } \textit{prawo Ohma.}$$

Dla przewodników trójwymiarowych mamy oczywiście:

$$\frac{u}{C} = -\frac{\partial\psi}{\partial x} + X, \quad \frac{v}{C} = -\frac{\partial\psi}{\partial y} + Y, \quad \frac{w}{C} = -\frac{\partial\psi}{\partial z} + Z,$$

gdzie u, v, w są składowe prędkości, a X, Y, Z składowe siły elektromotorycznej dowolnego pochodzenia w elemencie objętości $dxdydz$. — Oczywiście, że (t czas):

$$u = \frac{\partial f}{\partial t}, \quad v = \frac{\partial g}{\partial t}, \quad w = \frac{\partial h}{\partial t}.$$

jącej siły sprężystości, jaka płyn ten w wysokim stopniu cechuje, w drugim zaś razie ruch nie ustaje, gdyż, jak Maxwell dowodzi, płyn rozpostarty wewnątrz przewodzącego środowiska nie posiada sił sprężystych. Stąd pochodzi, że prądy przesunięcia mogą trwać tylko *krótki czas*, potrzebny do przywrócenia równowagi; prądy przewodnictwa mogą zaś trwać *tak długo*, jak długo wskutek działań zewnętrznych istnieje na obu końcach przewodnika różnica potencyałów (siła elektromotoryczna).

Dla prądów przewodnictwa istnieją na mocy rozszerzonego prawa Ohma równania:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial x} &= X - \frac{u}{C} \\ \frac{\partial \psi}{\partial y} &= Y - \frac{v}{C} \\ \frac{\partial \psi}{\partial z} &= Z - \frac{w}{C} \end{aligned}\right\} \qquad 4)$$

Dla składowych sił, działających na element dielektryka, mieliśmy równania 2); gdy oprócz siły elektromotorycznej o składowych

$$\xi = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \eta = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \zeta = \frac{\partial \psi}{\partial z}$$

która się da sprowadzić do działań elektrostatycznych, wystąpią jeszcze inne siły elektromotoryczne, działające na dielektryk indukcyjnie, które to siły krótko oznaczyliśmy przez ΣE o składowych X, Y, Z, to równania 2) przybiorą teraz dla prądów przesunięcia postać:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial x} &= X - \frac{4\pi}{K} f \\ \frac{\partial \psi}{\partial y} &= Y - \frac{4\pi}{K} g \\ \frac{\partial \psi}{\partial z} &= Z - \frac{4\pi}{K} h \end{aligned}\right\} \qquad 5)$$

Widzimy przeto, że prądy przesunięcia zależą od wielkości przesunięcia (t. j. od f, g, h), prądy przewodnictwa zaś od $u = \frac{\partial f}{\partial t}, v = \frac{\partial g}{\partial t}, w = \frac{\partial h}{\partial t}$ t. j. od prędkości przesunięcia.

Prądy przewodnictwa podlegają nadto znanemu prawu Kirchhoffa, według którego w punkcie, w którym schodzi się więcej przewodników (liniowych lub trójwymiarowych)

suma natężeń wszystkich prądów jest zerem Wyrazem tego prawa jest równanie[1]).

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=o,$$

gdyż natężenia prądów są proporcyonalne do prędkości u, v, w. Prawo to jest dowodem, że elektryczność jest płynem nieściśl wym bez względu na to, czy się znajduje w stanie statycznym czy nie.

Tak więc podaliśmy pokrótce główne własności dielektryków w myśl teoryi Maxwella. Obecnie przystąpimy do głównych praw zjawisk magnetycznych, elektromagnetycznych i elektromagnetycznej indukcyi, czyli w ogóle do praw pól magnetycznych, o ile one pozostają w genetycznym związku z magnetyczną teoryą światła.

Prawa pól magnetycznych (w ściślejszem znaczeniu).

1. Gdy natężenie czylistopień namagnesowania magnesu oznaczymy przez I, składowe tegoż w kierunkach osi xyz przez A, B, C (a więc $I=(A^2+B^2+C^2)^{1/2}$), to wielkość potencyału w jakimś punkcie P zewnątrz magnesu wyrazi się wzorem:

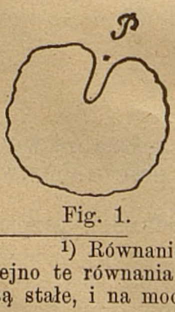
$$\Omega=\int\frac{lA+mB+nC}{r}\,d\omega-\iiint\frac{\frac{\partial A}{\partial x}+\frac{\partial B}{\partial y}+\frac{\partial C}{\partial z}}{r}\,dxdydz \quad 1).$$

gdzie l, m, n, są dostawy kierunkowe kątów, jakie zawiera element powierzchniowy $d\omega$ magnesu z osiami[2]).

2. Składowe siły magnetycznej, działającej na jednostkowy dodatni biegun magnetyczny, leżący *zewnątrz* magnesu, są oczywiście pochodnemi potencyału ze znakiem odjemnym, a więc składowe te będą:

$$\alpha=-\frac{\partial\Omega}{\partial x},\ \beta=-\frac{\partial\Omega}{\partial y},\ \gamma=-\frac{\partial\Omega}{\partial z} \quad 2).$$

3. Aby wyznaczyć wielkość siły, działającej na jednostkowy biegun magnetyczny, umieszczony *wewnątrz* magnesu, musimy w magnesie zrobić małe wydrążenie i tam włożyć próbny magnes. Wtedy magnes rozdzieli się na dwie części: część względem bieguna P zewnętrzną, której składowe działania są według poprzedniego określone równaniami 2) i na część, wewnątrz której mieści się P, a której działanie wypadkowe na P oznaczymy przez R. Przez to


Fig. 1.

1) Równanie to łatwo da się wyprowadzić z 4). Różniczkując kolejno te równania i dodając otrzymamy na mocy uwagi, że X, Y, Z, C są stałe, i na mocy równania Laplacé'a:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}=o$$

równanie powyższe..

2) Patrz n. p. Poincaré loc. cit. I, tudzież Maxwell loc. cit. II. str. 13

jednak zmienia się działanie magnesu, a zmiana ta zależy od formy wydrążenia. Aby więc obliczyć siłę w jakimś pnnkcie wydrążenia, musimy znać kształt tegoż.

Maxwell rozbiera tylko wypadek[1]), że wydrążenie ma kształt walcowy; w wypadku, gdy długość walca w porównaniu z grubością tegoż jest bardzo wielka, otrzymujemy R=o, w wypadku zaś, gdy długość walca w porównaniu z grubością tegoż jest nieznaczna, dochodzi Maxwell do wyrażenia:

$$R = 4\pi I$$

I ma składowe A, B, C, więc składowe R będą $4\pi A$, $4\pi B$, $4\pi C$; a więc w tym wypadku całkowite działanie masy magnetycznej na jednostkowy biegun magnetyczny, umieszczony wewnątrz magnesu, będzie składowe:

$$\left.\begin{aligned} a &= -\frac{\partial \Omega}{\partial x} + 4\pi A = \alpha + 4\pi A \\ b &= -\frac{\partial \Omega}{\partial y} + 4\pi B = \beta + 4\pi B \\ c &= -\frac{\partial \Omega}{\partial z} + 4\pi C = \gamma + 4\pi C \end{aligned}\right\} \quad 3)$$

Składowe a, b, c nazywa Maxwell *składowemi indukcyi magnetycznej wewnątrz magnesu.*

4. Między indukcyą magnetyczną a siłą magnetyczną zachodzi przeto różnica; widać to już stąd, że ponieważ α, β, γ są pochodnemi potencyału, to:

$$\alpha dx + \beta dy + \gamma dz = -d\Omega \text{ (zupełna różniczka);}$$

podczas gdy dla składowych magnetycznej indukcyi stosunek taki wcale nie zachodzi[2]).

Niektóre ciała, jak np. żelazo, znalazłszy się w polu magnetycznem nabierają własności magnetycznych skutkiem indukcyi magnetycznej; według Poissona składowe magnetyzmu, indukowanego w jakimś punkcie takiego ciała, są proporcyonalne do składowych siły magnetycznej w tym punkcie, a więc składowe te będą:

$$A = k\alpha,\ B = k\beta,\ C = k\gamma,$$

gdzie k jest natężenie bieguna magnetycznego, wytwarzającego powyższe pole magnetyczne. Wedle poprzedniego składowe indukcyi w uważanym punkcie będą:

---

[1]) Maxwell: loc. cit. II str. 28 et sqts.

[2]) Dla składowych indukcyi magnetycznej istnieje związek:

$$\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial y} + \frac{\partial c}{\partial z} = o.$$

Patrz n. p. dowód u Poincaré'go loc. cit. I.

$$a = \alpha + 4\pi A = (1 + 4\pi k)\,\alpha$$
$$b = \beta + 4\pi B = (1 + 4\pi k)\;\beta$$
$$c = \gamma + 4\pi C = (1 + 4\pi k)\,\gamma$$

gdzie jak to z najelementarniejszego kursu o magnetyzmie wiadomo, $4\pi k$ przedstawia ilość linii siły magnetycznej, wychodzących z bieguna o natężeniu k[1]). Kładąc $\mu = 1 + 4\pi k$[2]) otrzymany:

$$a = \mu\;\alpha$$
$$b = \mu\;\beta$$
$$c = \mu\;\gamma$$

μ nazywa Maxwell *magnetyczną zdolnością indukcyjną*.

Podobnie jak stała dielektryczna K była charakterystyczną dla dielektryków, tak μ charakteryzuje ciała, znajdujące się w polu magnetycznem. Dla ciał paramagnetycznych jest $\mu > 1$, dla próżni $\mu = 1$, dla ciał diamagnetycznych $\mu < 1$.

W powyższych rozważaniach przyjmowaliśmy, że mamy do czynienia z magnesami stałymi, których siła odporna $= \infty$, i z magnesami indukowanymi, dla których siła ta $= 0$; w rzeczywistości (n. p. weźmy pod uwagę stal) siła ta nie może być ani 0 ani ∞. Dalej k i μ również nie są stałe, ale w ogóle:

$$k = \varphi(I) = \varphi\,[(A^2 + B^2 + C^2)^{1/2}],$$

μ zaś jest stałą tylko dla słabych pól, dla silnych zaś pól maleje podług pomiarów Ewinga.

Prawa pól elektromagnetycznych,

1. Z kolei rzeczy przejdziemy do praw pól elektromagnetycznych. Podług doświadczeń Faradaya i Colladona siła, z jaką działa prąd na biegun magnetyczny (czy to naturalny, czy indukowany), jest wprost proporcyonalna do natężenia prądu, t. j. do ilości elektryczności, która w jednostce czasu przepływa przez przekrój łącznika.

Jeżeli potencyał przewodnika, przez który prąd przepływa, oznaczymy przez Ω, to składowe siły działającej na jednostkowy biegun magnetyczny, umieszczony w polu elektrycznem, będą:

$$\alpha = -\frac{\partial\Omega}{\partial x},\; \beta = -\frac{\partial\Omega}{\partial y},\; \gamma = -\frac{\partial\Omega}{\partial z} \qquad 1)$$

---

[1]) Neumann nazywa k współczynnikiem namagnesowania przez indukcyę.

[2]) μ nosi zazwyczaj nazwę współczynnika przenikalności (Permeabilitätsconstante).

W teoryi elektromagnetyzmu najważniejszą rolę odgrywają tak zwane *prądy kołowe*; jak wiadomo zachowują się one zupełnie tak samo jak magnes o rozmiarach równych powierzchni, ograniczonej prądem kołowym, o grubości zaś bardzo małej, czyli tak jak t. zw. *blaszka magnetyczna*. Potencyał blaszki magnetycznej wynosi $\Omega = \Phi\varphi$, gdzie ψ jest *siłą* blaszki (iloczyn ze stopnia namagnesowania blaszki i grubości), a φ kątem, pod którym z uważanego punktu widać blaszkę[1]); iloczyn powyższy brać należy dodatnio lub odjemnie, według tego, czy uważana powierzchnia blaszki jest dodatnia czy odjemna. Skutkiem tej równoważności prądu kołowego i blaszki elektromagnetyczny potencyał prądu kołowego wynosi:

$$\Omega = \varphi i \qquad 2),$$

gdzie i jest natężeniem prądu, mierzonem w takich jednostkach, że czynnik proporcyonalności jest 1; tę jednostkę nazywamy *elektromagnetyczną jednostką natężenia*. Znak φi zależy od kierunku prądu; dodatnią stroną prądu kołowego będzie ta strona, która się znajduje po lewej ręce pływaka, płynącego w prądzie i patrzącego do wnętrza prądu kołowego.

2. Ponieważ:

$$\alpha\, dx + \beta\, dy + \gamma\, dz = d\Omega$$

gdzie w α, β, γ już uwzględniono znak, przeto zmiana potencyału prądu przy przejściu z jednego punktu do drugiego po dowolnej drodze będzie równa:

$$\int (\alpha dx + \beta dy + \gamma dz),$$

gdzie całka odnosi się do całej przebytej drogi. Na mocy równania 2) — powyższa zmiana wynosi:

$$\int (\alpha dx + \beta dy + \gamma dz) = \pm 4\pi \text{ }^{2)}$$

Całka odnosi się do drogi, jaką biegun pod wpływem prądu opisuje.

Gdy mamy do czynienia z więcej prądami, to praca elektromagnetyczna będzie równa:

$$\int (\alpha\, dx + \beta\, dy + \gamma\, dz) = 4\pi \Sigma \pm i \qquad 3).$$

Znacząc składowe prędkości elektryczności przez u, v, w, przekrój łącznika przez $d\omega$, dostawy kierunkowe pio-

---

[1]) Patrz Poincaré loc. cit. tom I.

[2]) Patrz Maxwell loc. cit. II 344. Powyższa całka wyraża oczywiście, jak z teoryi potencyału wynika, wielkość pracy wykonanej przez siły elektromagnetyczne przy przesunięciu bieguna jednostkowego.

nu do tego elementu przez l, m, n, otrzymamy na ilość elekryczności, przepływającej przez powierzchnię S:

$$\Sigma i = \Sigma (lu + mv + nw)\, d\omega = \int_S (lu + mv + nw)\, d\omega.$$

Porównując ostatnie równanie z równaniem 3) otrzymamy:

$$\int_C (\alpha\, dx + \beta\, dy + \gamma\, dz) = 4\,\pi \int_S (lu + mv + nw)\, d\omega$$

gdzie pierwsza całka brana jest po krzywej, po której porusza się biegun, druga po powierzchni, przez którą prąd przepływa

Całkę pierwszą przekształca Maxwell w całkę powierzchniową — w co bliżej nie wchodzimy — tak że ostatecznie otrzymamy:

$$\int_S \left[l\left(\frac{\partial \gamma}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial z}\right) m + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial x}\right) + n \left(\frac{\partial \beta}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial y}\right)\right] d\omega =$$

$$= 4\pi \int_S (lu + mv + nw)\, d\omega.$$

Obie całki są identyczne, przeto:

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial \gamma}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial z}\right) \\ v &= \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial x}\right) \\ w &= \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial \beta}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial y}\right) \end{aligned}\right\} \qquad 4)$$

Równania te dają nam związek między prędkościami (u v w) elektryczności a składowemi (α β γ) siły elektromagnetycznej. Odnoszą się one tak do prądów przewodnictwa, jak i prądów przesunięcia, bo i te ostatnie podlegają także prawu Ampère'a.

Prawa zjawisk elektrodynamicznych.

1. Podobnie jak prąd kołowy i magnes, tak samo zachowują się i dwa prądy kołowe; prawa działania dwoch prądów kołowych na siebie są powszechnie znane. Gdy mamy system prądów stałych działających na ruchomy prąd kołowy o natężeniu i, to elektrodynamiczny potencyał tegoż prądu będzie:

$$T = i \int (\alpha\, l + \beta\, m + \gamma\, n)\, d\omega \;^{1)} \qquad 1).$$

---

1) Patrz Poincaré loc. cit. tom I.

która to całka odnosi się do całej powierzchni ograniczonej przez prąd kołowy ruchomy; α, β, γ, l, m, n, mają analogiczne znaczenie, jak w ustępie poprzednim. Przedstawiając T w formie analogicznej jak w ustępie poprzednim, otrzymamy w ogóle:

$$T = i\int (Fdx + Gdy + Hdz),$$

gdzie F, G, H są na razie bliżej nieokreślone; a zamieniając tę całkę na powierzchniową otrzymamy ostatecznie (jak poprzednio):

$$T = i\int \left[l\left(\frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}\right) + m\left(\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x}\right) + n\left(\frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y}\right)\right] d\omega$$

Porównując to z 1) otrzymamy na składowe α, β, γ siły, z jaką działa system stałych prądów na jednostkę prądu:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z} \\ \beta &= \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x} \\ \gamma &= \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y} \end{aligned}\right\} \qquad 2)$$

Maxwell nazywa ilości F, G, H *składowemi elektromagnetycznego momentu* lub *składowemi potencyału wektorowego* w myśl teoryi kwaternionów i wektorów, którymi się w swych wywodach posługuje.

Różniczkując kolejno równania 2) względem x, y, z i dodając otrzymamy związek:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial \beta}{\partial y} + \frac{\partial \gamma}{\partial z} = o.$$

Analogiczne równanie istnieje dla składowych a, b, c indukcyi magnetycznej, ale nie dla składowych siły magnetycznej. Stąd to chcąc równania 2) odnieść do zjawisk magnetycznych, należy w nich zamiast składowych siły wprowadzić składowe indukcyi magnetycznej i otrzymamy:

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z} \\ b &= \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x} \\ c &= \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y} \end{aligned}\right\} \qquad 3).$$

3. Obliczmy składowe F, G, H momentu elektromagnetycznego. Widoczną jest rzeczą, że równania 2) do wy-

znaczenia F, G, H nie wystarczają, gdyż najogólniejszem rozwiązaniem tych równań są funkcye:

$$F + \frac{\partial \chi}{\partial x}, \; G + \frac{\partial \chi}{\partial y}, \; H + \frac{\partial \chi}{\partial z},$$

gdzie χ jest dowolną funkcyą zmiennych x, y, z. Dlatego Maxwell dodaje jeszcze warunek dodatkowy:

$$I = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = o, \qquad 4)$$

i uwzględniając równania 4) poprzedniego ustępu dochodzi do związku:

$$4\pi u = \frac{\partial I}{\partial x} - \Delta F, \quad \text{gdzie:}$$

$$\Delta F = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2},$$

a że $\frac{\partial I}{\partial x} = o$, więc:

$$\Delta F + 4\pi u = o.$$

Jest to równanie takiego typu jak równanie Poissona, przeto najogólniejszą jego całką będzie funkcya, mająca kształt potencyału; a więc:

$$F = \iiint \frac{u}{r} \, dxdydz,$$

gdzie u jest składowa prędkości prądu w kierunku osi x w środku ciężkości elementu $dxdydz$, a r odstęp tegoż elementu od uważanego punktu (xyz) przestrzeni.

Analogicznie G i H.

Jak łatwo się przekonać, całki te spełniają równania 2) i 3); całkowanie odnosi się do wszystkich elementów przestrzeni. — Gdy mamy do czynienia ze środowiskiem magnetycznem, w którem prąd doznaje przesunięcia, to równania 3) spełnią się, jak nietrudno dostrzec, dla następujących wartości dla F, G, H:

$$\left.\begin{aligned} F &= \mu \iiint \frac{u}{r} \, dxdydz \\ G &= \mu \iiint \frac{v}{r} \, dxdydz \\ H &= \mu \iiint \frac{w}{r} \, dxdydz \end{aligned}\right\} \qquad 5).$$

gdzie μ posiada znaczenie wyżej określone.

3. Podamy jeszcze wyrażenie na wielkość elektrodynamicznych potencyałów. Dla potencyału elektrodynamicznego mieliśmy następujące wyrażenie:

$$T = i\int (Fdx + Gdy + Hdz).$$

Wyrażenie to przekształca Maxwell w sposób, którego tu nie podajemy bliżej, na:

$$T = \int\int\int (Fu + Gv + Hw)\, dxdydz$$

Przejdźmy do wyrażenia na t. zw. *samopotencyał* prądu. Możemy sobie przedstawić, że prąd kołowy składa się z nieskończenie wielu prądów kołowych o nieskończenie małych przekrojach Każdy z tych prądów posiada elektrodynamiczny potencyał ze względu na inne prądy elementarne; suma tych elementarnych potencyałów stanowi t. zw. samopotencyał prądu. Gdy zauważymy dwa elementy prądu kołowego $dxdydz$ i $dx'dy'dz'$ o prędkościach uvw, $u'v'w'$ to jak Maxwell udowadnia, samopotencyał prądu będzie:

$$T = \frac{1}{2}\int\int\int (Fu + Gv + Hw)\, dxdydz.$$

Używając równań poprzednich dojdziemy ostatecznie do następujących wzorów na samopotencyał:

a) gdy system prądów znajduje się w środowisku niemagnetycznem, samopotencyał jest:

$$T = \frac{1}{8\pi}\mu \int\int\int \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)\, dxdydz \qquad 6).$$

b) gdy zaś system prądów znajduje się w środowisku magnetycznem, to samopotencyał jest:

$$T = \frac{1}{8\pi}\int\int\int (\alpha a + \beta b + \gamma c)\, dxdydz \qquad 7).$$

Gdy weźmiemy dwa prądy kołowe liniowe (a więc nie trójwymiarowe) o natężeniach i_1 i i_2, to elektrodynamiczny potencyał tego systemu prądów będzie [1]) liniową jednorodną funkcyą drugiego rzędu ilości i_1 i i_2, a więc ma według Maxwella postać:

$$T = \frac{1}{2}\left(Li_1^2 + 2\,M i_1 i_2 + Ni_2^2\right) \quad {}^{2)}$$

gdzie L, M, N zależą od kształtu i wzajemnego położenia obu prądów. Można udowodnić, że L jest samopotencyałem prądu pierwszego w razie, gdy drugiego nie ma, N samopotencyałem prądu drugiego, gdy pierwszego nie ma, M zaś potencyałem jednego prądu na drugi.

4. Wszystkie powyższe wzory wyprowadziliśmy w założeniu, że natężenie prądu jest stałe. Atoli przy ruchu prą-

---

[1]) Maxwell loc. cit. tom II. str. 271 i 274.

[2]) Patrz n. p. Lang: Einleit. in die theor. Physik str. 422.

dów kołowych, albo prądów kołowych i magnesów, występują jeszcze prądy dodatkowe, wykryte przez Faradaya, które nazywamy *prądami indukowanymi*; prądy te powstają chwilowo w przewodnikach, a ich natężenie dodaje się do natężeń poprzednich prądów. Powstawanie tych prądów przypisujemy *elektromotorycznym siłom indukcyi*.

Z badań nad indukcyą wypływa, że natężenia i_1 i i_2 dwoch nieruchomych prądów kołowych C_1 i C_2 wzrosną w elemencie czasu dt o wielkości di_1 i di_2, to siła elektromotoryczna indukcyi powstała w C_1 posiada wartość:

$$A \frac{di_1}{dt} + B \frac{di_2}{dt},$$

zaś siła elektromotoryczna indukcyi powstała w C_2 posiada wartość:

$$B \frac{di_1}{dt} + C \frac{di_2}{dt}$$

Zwykła teorya elektryczności, którą rozwinęli Helmholtz i Thomson, oblicza współczynniki A, B, C, opierając się na zasadzie zachowania energii [1]) i dochodzi do związków:

$$A = -L, B = -M, C = -N,$$

gdzie L, M, N zostały już poprzednio określone.

Maxwell zaś wyprowadza prawa indukcyi wprost z równań Lagrange'a stosując je do ruchu drobin nieważkiego płynu indukcyjnego. W tym celu stawia on dwie *hipotezy*:

a). Współrzędne drobin nieważkiego płynu zależą od współrzędnych materyalnych drobin ciała, biorących udział w zjawiskach elektrycznych, a zarazem od współrzędnych hipotetycznego płynu, zwanego elektrycznością; atoli prawa tej zależności nie znamy.

b) Elektrodynamiczny potencyał systemu prądów przedstawia zarazem energię kinetyczną płynu indukcyjnego.

Opierajac się na tych hipotezach dochodzi Maxwell z jednej strony przy pomocy równań Lagrange'a do wzorów Helmholtza w zwykłej teoryi, z drugiej zaś dochodzi do następujących wyników.

5. Praca sił elektrodynamicznych, potrzebna do przesunięcia prądu kołowego ruchomego, równa się zmianie funkcyi:

$$\frac{1}{2}\left(Li_1^2 + 2\,Mi_1\,i_2 + Ni_2^2\right),$$

---

[1]) Patrz Poincaré loc. cit. tom I.

t. j. zmianie potencyału elektrodynamicznego, czyli równa się:

$$i_1 \, \delta \int (la + mb + nc) \, d\omega,$$

gdzie a, b, c, l, m, n mają znaczenie już poprzednio określone.

Znacząc przez $Xdxdydz$, $Ydxdydz$, $Zdxdydz$ składowe siły elektrodynamicznej, działającej na element $dxdydz$, a pochodzącej z działania prądu C_1 na C_2, a element prądu C_2 przesunął się skutkiem działania tej siły o δx, δy, δz, to elementarna praca wykonana przy tem przesunięciu wynosi:

$$(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) \, dxdydz.$$

Całkowita przeto praca sił elektrodynamicznych działających na C_2, skutkiem której prąd kołowy C_2 dozna przesunięcia lub zmieni formę, będzie:

$$\int\int\int (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) \, dxdydz.$$

Porównując to z poprzedniem wyrażeniem na pracę, dojdziemy po szeregu przekształceń do ogólnych równań na składowe siły elektrodynamicznej[1]):

$$\left.\begin{aligned} X &= cv - bw \\ Y &= aw - cu \\ Z &= bu - av \end{aligned}\right\} \quad 8).$$

gdzie wchodzące tu wielkości już poprzedniośmy określili.

Równania 8) zostają także w wypadku dowolnej ilości prądów, ale wtedy ilości a, b, c są składowemi wypadkowej indukcyi magnetycznej wszystkich prądów.

6. Opierając się na wzorach Helmholtza, że siła elektromotoryczna indukcyi, wywiązana w prądzie C_1 przy działaniu na prąd kołowy C_2 jest:

$$E = -\frac{d}{dt}\left(Li_1 + Mi_2\right),$$

a dalej znacząc składowe tej elektromotorycznej siły indukcyi przez P, Q, R, dojdziemy do równań[2]):

$$\left.\begin{aligned} P &= c\,\frac{dy}{dt} - b\,\frac{dz}{dt} - \frac{dF}{dt} - \frac{\partial\psi}{\partial x} \\ Q &= a\,\frac{dz}{dt} - b\,\frac{dx}{dt} - \frac{dG}{dt} - \frac{\partial\psi}{\partial y} \\ R &= b\,\frac{dx}{dt} - a\,\frac{dy}{dt} - \frac{dH}{dt} - \frac{\partial\psi}{\partial z} \end{aligned}\right\} \quad 9).$$

---

[1]) Maxwell loc. cit. II. str. 297.

[2]) Patrz n. p. Poincaré loc. cit. tom I.; także Lang loc. cit. str. 462.

gdzie ψ jest zupełnie dowolną jednorodną funkcyą argumentów (xyz)

Równania 9). zostają także dla dowolnej ilości prądów.

Co się tyczy dowolnej funkcyi ψ, to Maxwell przyjmuje, że funkcya ta przedstawia elektrostatyczny potencyał, pochodzący od jakichś mas istniejących w polu. Takie założenie zawsze można zrobić. Wielkości F, G, H wyznaczyliśmy mianowicie pod tym tylko warunkiem, że one spełniają równanie różniczkowe:

$$J = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = o.$$

Odrzucając jednak ten warunek mamy dla F, G, H następujące ogólne wyrażenia (patrz wyżej):

$$F = \iiint \frac{u}{r}\, dxdydz + \frac{\partial \chi}{\partial x}$$

$$G = \iiint \frac{v}{r}\, dxdydz + \frac{\partial \chi}{\partial y}$$

$$H = \iiint \frac{w}{r}\, dxdydz + \frac{\partial \chi}{\partial z}$$

gdzie χ jest dowolną funkcyą współrzędnych.

Najogólniejsze przeto równania na wyrażenie składowych P, Q, R będą:

$$\left.\begin{aligned} P &= c\frac{dy}{dt} - b\frac{dz}{dt} - \iiint \frac{du}{dt}\frac{1}{r}\, dxdydz - \frac{d}{dt}\frac{\partial \chi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \\ Q &= a\frac{dz}{dt} - c\frac{dx}{dt} - \iiint \frac{dv}{dt}\frac{1}{r}\, dxdydz - \frac{d}{dt}\frac{\partial \chi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ R &= b\frac{dx}{dt} - a\frac{dy}{dt} - \iiint \frac{dw}{dt}\frac{1}{r}\, dxdydz - \frac{d}{dt}\frac{\partial \chi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \end{aligned}\right\} \quad 10).$$

Zawsze więc można przez odpowiedni wybór dowolnej funkcyi χ sprawić to, że funkcya ψ wchodząca w te równania, a więc i w równania 9), przedstawia elektrostatyczny potencyał.

Zreasumujmy teraz raz jeszcze wyniki, któreśmy rozebrali w poprzednich rozdziałach.

Ogólne równania pola magnetycznego.

1. Równania pola magnetycznego.

Otrzymaliśmy poprzednio:

$$\left.\begin{aligned} a &= \mu\alpha \\ b &= \mu\beta \\ c &= \mu\gamma \end{aligned}\right\} \quad I).$$

gdzie α, β, γ są składowe siły magnetycznej w punkcie środowiska magnetycznego, a, b, c składowe magnetycznej indukcyi w tym punkcie.

Gdy u, v, w są prędkości składowe elektryczności, to:

$$\left.\begin{aligned} 4\pi u &= \frac{\partial\gamma}{\partial y} - \frac{\partial\beta}{\partial z} \\ 4\pi v &= \frac{\partial\alpha}{\partial z} - \frac{\partial\gamma}{\partial z} \\ 4\pi w &= \frac{\partial\beta}{\partial x} - \frac{\partial\alpha}{\partial y} \end{aligned}\right\} \quad \text{II).}$$

Dalej mieliśmy dla składowych momentu magnetycznego związki:

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z} \\ b &= \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x} \\ c &= \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y} \end{aligned}\right\} \text{III).} \quad \left.\begin{aligned} F &= \mu \iiint \frac{u}{r}\, dxdydz + \frac{\partial\chi}{\partial x} \\ G &= \mu \iiint \frac{v}{r}\, dxdydz + \frac{\partial\chi}{\partial y} \\ H &= \mu \iiint \frac{w}{r}\, dxdydz + \frac{\partial\chi}{\partial z} \end{aligned}\right\} \text{IV).}$$

Składowe siły elektromotorycznej, pochodzącej od elektromagnetycznej indukcyi i mas elektrycznych, znajdujących się w stanie statycznym, były:

$$\left.\begin{aligned} P &= c\frac{dy}{dt} - b\frac{dz}{dt} - \frac{dF}{dt} - \frac{\partial\psi}{\partial x} \\ Q &= a\frac{dz}{dt} - c\frac{dx}{dt} - \frac{dG}{dt} - \frac{\partial\psi}{\partial y} \\ R &= b\frac{dx}{dt} - a\frac{dy}{dt} - \frac{dH}{dt} - \frac{\partial\psi}{\partial z} \end{aligned}\right\} \quad \text{V).}$$

2. Równania prądów przewodnictwa.

W równaniach II). oznaczają u, v, w składowe prędkości elektryczności bez względu na rodzaj ruchu: przewodnictwo czy przesunięcie. Gdy chodzi o prądy przewodnictwa, to składowe (u v w) muszą nadto dogadzać prawu Ohma:

$$\frac{u}{C} = -\frac{\partial x}{\partial\psi} + X \quad \text{i t. d.}$$

gdzie C jest elektryczną zdolnością przewodzenia środowiska, a X składowa wszystkich sił elektromagnetycznych na jednostkę długości. — Gdy przyjmiemy, że te elekromotoryczne siły są tylko siłami indukcyi, wywołanemi przez zmianę natężenia lub przez przesunięcie prądów, albo też magnetycznych i elektrycznych mas, to prawa strona tego

równania równa się P. Składowe prędkości elekryczności w prądzie przewodnictwa będą zatem:

$$\left.\begin{aligned} u &= CP \\ v &= CQ \\ w &= CR \end{aligned}\right\} \text{VI}).$$

3. Równania prądów przesunięcia.

Prądy te, jak wiemy, nie podlegają prawom Ohma, natomiast podlegają prawom elektromagnetycznym i elektrodynamicznym Ampére'a, spełniać muszą przeto równania III). Atoli prócz tych równań istnieją dla prądów przesunięcia jeszcze trzy równania charakterystyczne.

Na podstawie równań 5) pierwszego ustępu mamy na wielkość składowej elektrycznego przesunięcia wyrażenie:

$$f = -\frac{K}{4\pi}\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} - X\right),$$

gdzie X ma to samo znaczenie, co w ustępie poprzednim. Gdy więc przyjmiemy, że siły elektromotoryczne pochodzą wyłącznie z różnicy elektrostatycznego potencyału, jakoteż z indukcyi magnesów i prądów, znajdujących się w polu, to:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} - X = -P,$$

a wtedy:

$$\left.\begin{aligned} f &= \frac{K}{4\pi} P \\ g &= \frac{K}{4\pi} Q \\ h &= \frac{K}{4\pi} R \end{aligned}\right\} \text{VII}).$$

A że pochodne f, g, h względem czasu są składowemi prędkości, przeto różniczkując ostatnie równanie względem czasu otrzymamy na składowe prędkości elektrycznego przesunięcia wzory:

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{K}{4\pi}\frac{dP}{dt} \\ v &= \frac{K}{4\pi}\frac{dQ}{dt} \\ w &= \frac{K}{4\pi}\frac{dR}{dt} \end{aligned}\right\} \text{VIII}).$$

4. Równania prądów w środowisku niezupełnie dielektrycznem.

Równania VI). odnoszą się do środowisk dobrze przewodzących n. p. do metali, równania VIII). do zupełnych izolatorów. — Gdy ciała są niezupełnie izolowane, to Maxwell przyjmuje dla nich równania:

$$\left.\begin{aligned} u &= CP + \frac{K}{4\pi}\frac{dP}{dt} \\ v &= CQ + \frac{K}{4\pi}\frac{dQ}{dt} \\ w &= CR + \frac{K}{4\pi}\frac{dR}{dt} \end{aligned}\right\} \quad \text{IX)}.$$

według których u, v, w składają się z sumy składowych prądu przewodnictwa i przesunięcia[1]).

Hipoteza Maxwella napotyka jednak zdaniem Poincaré'go na trudności.

Ponieważ uważane środowisko posiada własności pośrednie między przewodnikami i dielektrykami, to zdaniem Poincaré'go siła elektromotoryczna, wywołująca prąd, musi pokonać dwojaki opór. jeden — analogiczny do oporu metali ($1/C$, bo C jest zdolnością przewodzenia), drugi — opór dielektryków. Stądby wypływało, że wbrew powyższym równaniom Maxwella natężenie prądu, a stąd i wielkości u, v, w powinny być mniejsze, niż w przewodniku lub w zupełnym dielektryku. Zdaniem Poincaré'go racyonalniejszą jest hipoteza, którą postawił Potier. Przyjmuje on mianowicie, że siła elektromotoryczna w jakimś punkcie uważanego środowiska równa się sumie tej siły, jaką wywołuje prąd przewodnictwa, i tej, jaką wywołuje przesunięcie. Według Potiera otrzymamy przeto na wyrażenie składowych siły elektromotorycznej w półizolatorach równania:

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{u}{C} + \frac{4\pi}{K}f \\ Q &= \frac{v}{C} + \frac{4\pi}{K}g \\ R &= \frac{w}{C} + \frac{4\pi}{K}h \end{aligned}\right\} \quad \text{X)}.$$

Równania IX) i X) redukują się do równań prądów przewodnictwa, gdy $K=o$, względnie $K=\infty$. Przewodnik posiada zatem podług Maxwella zdolność indukcyjną równą zeru, podług Potiera nieskończenie wielką.

Przedstawiliśmy więc pokrótce prawa zjawisk elektrycznych i magnetycznych, tak jak one wypływają z założeń Maxwella, a wyprowadziliśmy takie tylko prawa, które będą niezbędnie potrzebne do zrozumienia magnetycznej teoryi światła. — Obecnie przystępujemy do właściwego tematu t. j. do elektromagnetycznej teoryi światła.

---

[1]) Maxwell: loc. cit. tom II. str. 306.
[2]) Poincaré loc. cit. tom I.

CZĘŚĆ DRUGA.

Elektromagnetyczna teorya światła

Najważniejszym wynikiem teoryi Maxwella jest zgodność, jaka zachodzi między własnościami eteru świetlnego, który według teoryi undulacyjnej przenosi światło, z własnościami płynu indukcyjnego, który według Maxwella jest przyczyną działań elektromagnetycznych. Zgodność ta stwierdzona teoretycznie i doświadczalnie, zdaje się przemawiać za słusznością tego przypuszczenia, że jest jeden tylko płyn, przenoszący energię. Ponieważ eter i płyn Maxwella posiadają te same własności, przeto światło da się uważać za zjawisko elektromagnetyczne, a ruch drgający eteru, wywołujący na naszej siatkówce wrażenie światła, musi pochodzić z *okresowych* nader szybkich zaburzeń pola magnetycznego, lub króciej mówiąc *drgań* elektromagnetycznych. Jeżeli tak jest, to będzie można z ogólnych równań tego pola wyprowadzić wyjaśnienie zjawisk światła. Ten sposób wyjasnienia nosi nazwę *elektromagnetycznej teoryi światła*; jest rzeczą oczywistą, że ta teorya musi prowadzić do związku między stałemi optycznemi i elektrycznemi. Związki te, jakoteż inne prawa tej zależności wzajemnej dwu na pozór różnych działów fizyki (optyki i elektryczności) przedstawimy poniżej Zajmiemy się mianowicie najpierw prawami elektromagnetycznej teoryi światła dla dielektryków bezpostaciowych (isotropowych), następnie dla półizolatorów, dielektryków postaciowych (anisotropowych), a wreszcie dla dobrych przewodników.

Równania na rozchodzenie się drgań magnetycznych w dielektrykach bezpostaciowych.

Do takich ciał bezpostaciowych, będących dielektrykami, należą wszystkie ciała przeźroczyste (jeżeli nie zwracamy uwagi na elektrolityczne roztwory). Takiemi to ciałami zajmiemy się obecnie.

1. Gdy przyjmiemy, że materyalne drobiny środowiska, które przewodzi magnetyczne zaburzenia, są w spoczynku, czyli że ich prędkości:

$\left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}\right)$ są zerem, to ogólne równania V. przejdą na:

$$\left.\begin{aligned} P &= -\frac{\partial F}{\partial t} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \\ Q &= -\frac{\partial G}{\partial t} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ R &= -\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \end{aligned}\right\}$$

Elektrostatyczny potencyał ψ pochodzi od mas elektrycznych, nie zmieniających ani swej wartości, ani położenia, przeto tak ψ, jak i jego pochodne nie zależą od czasu, a przeto:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} &= -\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \\ \frac{\partial Q}{\partial t} &= -\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} \\ \frac{\partial R}{\partial t} &= -\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \end{aligned}\right\} \quad 1).$$

Ponieważ magnetyczne zaburzenia odbywają się w dielektryku, przeto składowe prędkości u, v, w elektryczności są związane ze składowemi siły elektromotorycznej równaniami VIII). Podstawiajęc przeto 1). w VIII), otrzymamy:

$$\left.\begin{aligned} 4\pi u &= -K\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \\ 4\pi v &= -K\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} \\ 4\pi w &= -K\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \end{aligned}\right\} \quad 2).$$

Łącząc dalej równania I) i III). ze sobą, otrzymamy wyrażenie na $\mu\alpha$, $\mu\beta$, $\mu\gamma$, a biorąc pochodne tych wyrażeń względem x, y, z, (μ const.) i podstawiając otrzymane wartości w II)., otrzymamy:

$$\begin{aligned} 4\pi\mu u &= \frac{\partial I}{\partial x} - \Delta F \\ 4\pi\mu v &= \frac{\partial I}{\partial y} - \Delta G \\ 4\pi\mu w &= \frac{\partial I}{\partial z} - \Delta H \end{aligned}$$

gdzie:

$$I = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z}$$

a Δ oznacza znany symbol Langrange'a dla drugich pochodnych.

Eliminując z ostatnich równań u, v, w przy pomocy równań 2) otrzymamy równania:

$$\left.\begin{aligned} K\mu \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} &= \Delta F - \frac{\partial J}{\partial x} \\ K\mu \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} &= \Delta G - \frac{\partial J}{\partial y} \\ K\mu \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} &= \Delta H - \frac{\partial J}{\partial z} \end{aligned}\right\} \quad 3).$$

W tej formie są te równania podobne do równań ruchu drobiny w środowisku sprężystem [1]), a więc i do równwań ruchu eteru; tu leży zatem pierwszy dowód na zgodność elektromagnetycznych zaburzeń z drganiami eteru.

2. *Fale płaskie.* Przyjmijmy, że zjawiska elektromagnetyczne, występujące w dielektryku, zależą tylko od czasu i od współrzędnej z uważanego punktu. W tym wypadku wszystkie punkty calej płaszczyzny równoległej do pł. (xy) w jednym i tym samym czasie znajdują się w tej samej fazie, czyli magnetyczne zaburzenia (drgania) tworzą *fale płaskie.* Wtedy składowe elektromagnetycznego momentu nie zależą od x i y, więc:

$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial G}{\partial y} = o$; wtedy z równania $J = o$ wypadnie i $\frac{\partial H}{\partial z} = o$,

a równania 3) zredukują się do:

$$\left.\begin{aligned} K\mu \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \\ K\mu \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} \\ K\mu \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} &= o \end{aligned}\right\} \quad 4).$$

Całkując ten układ równań otrzymamy:

$$F = F_1\left(z - \frac{1}{\sqrt{K\mu}}t\right) + F_2\left(z + \frac{1}{\sqrt{K\mu}}t\right)$$

$$G = F_3\left(z - \frac{1}{\sqrt{K\mu}}t\right) + F_4\left(z + \frac{1}{\sqrt{K\mu}}t\right)$$

$$H = B_1(z) + B_2(z)\,t.$$

gdzie F_1, F_2, F_3, F_4, B_1, B_2 są zupełnie dowolne funkcye. Jeżeli tak jest [2]), to H albo od czasu wcale nie zależy, albo

---

[1]) Patrz n. p. Thomson i Tait: Theor. Physik tom I. 2. str. 222; także Lang loc. cit. str. 92.

[2]) Maxwell loc. cit. II. 546.

zmienia się proporcyonalnie z czasem, nie ma więc żadnego wpływu na rozchodzenie się fal, gdyż my bierzemy pod uwagę tylko okresowe zaburzenia (drgania)

Równania III). dadzą wtedy dla fal płaskich

$$a = -\frac{\partial G}{\partial z}, \; b = -\frac{\partial F}{\partial z}, \; c = o,$$

ce dowodzi, że kierunek indukcyi magnetycznej przypada na powierzchnię fali. To samo tyczy się i prędkości elektryczności, bo wtedy $w = o$, i siły elektromotorycznej, bo wtedy $R = o$.

Możemy więc, jak w teoryi undulacyi (przy drganiach eteru) powiedzieć, że *elektromagnetyczne drgania są poprzecznej natury*.

Przyjmijmy, że [1]) $G = o$, wtedy i $v = o$, czyli elektryczność ma kierunek równoległy do osi xx; atoli wtedy składowa indukcyi magnetycznej $a = o$; zostaje tylko składowa b o kierunku równoległym do osi yy; płaszczyzna drgań elektrycznych jest wtedy prostopadłą do płaszczyzny indukcyi magnetycznej. *Taka fala odpowiada w zupełności promieniowi światła, spolaryzowanemu prostolinijnie*. Na razie jednak nie rozstrzygamy, która z tych płaszczyzn odpowiada płaszczyźnie polaryzacyi.

Gdy weźmiemy $F = o$, to dojdziemy w ten sam sposób do fali, której kierunek prędkości elektryczności (prądu) jest równoległy do osi yy.

Ogólny wypadek, gdzie i $F \gtrless o$ i $G \gtrless o$, możemy uważać za złożony z powyższych dwoch wypadków, czyli *możemy zawsze falę płaską rozłożyć na dwa do siebie prostopadłe drgania spolaryzowane*, jak to ma miejsce i w zwykłej teoryi undulacyjnej.

3. *Prędkość rozchodzenia się fali płaskiej poprzecznej*. Gdy położymy:

$$V = \frac{1}{\sqrt{K\mu}},$$

to równania 4) dadzą:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 G}{\partial z^2}$$

Jak wiadomo, równania takie przedstawiają w zwykłej teoryi sprężystości składowe przesunięcia drobiny w środowisku sprężystem w wypadku, gdy ruch odbywa się poprzecznemi falami płaskiemi, przyczem V jest pręd-

---

[1]) Patrz n. p. Tumlirz loc. cit. str. 74.

kością. Możemy przeto i tu powiedzieć, że *elektromagnetyczne drgania rozchodzą się w dielektryku z prędkości*:

$$V = \frac{1}{\sqrt{K\mu}}$$

4. *Wielkość tej prędkości w próżni.* Ponieważ magnetyczna zdolność indukcyjna μ w układzie jednostek elektromagnetycznych dla próżni wynosi 1, przeto prędkość rozchodzenia się fal płaskich w próżni wynosi $\frac{1}{\sqrt{K}}$ gdzie K należy mierzyć w układzie jednostek elektromagnetycznych.

Wyznaczymy tę wielkość sposobem podanym przez Poincaré'go[1].

Jak wiemy, składowa elektrycznego przesunięcia w kierunku osi xx jest:

$$f = -\frac{K}{4\pi}\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

K nie ma w układzie elektrostatycznym żadnego wymiaru, przeto wymiar przesunięcia równy będzie ilorazowi wymiarów potencyału i długości, lub ilości elektryczności i kwadratu długości. Stąd wynika, że przy przejściu z układu elektrostatycznego jednostek do układu elektromagnetycznego — ponieważ jednostka długości pozostaje w obu układach tasama — liczby mierzące przesunięcie w obu układach stoją w tym samym stosunku, co liczby wyrażające tę samą ilość elektryczności. Gdy więc oznaczymy przez v stosunki jednostki elektrostatycznej ilości elektryczności do elektromagnetycznej jednostki elektryczności, to wymiary:

$$\left[f\right]_{em} = \frac{1}{v}\left[f\right]_{es},$$

gdzie nawiasy ze znaczkami u dołu oznaczają wymiar w odpowiednim układzie.

Z drugiej zaś strony, jak z elementarnego kursu o elektryczności wiadomo, jednostki siły elektromotorycznej w obu układach mają się do siebie odwrotnie jak wymiary ilości elektryczności. Siła elektromotoryczna jest $\frac{\partial\psi}{\partial x}$, a więc

$$\left[\frac{\partial\psi}{\partial x}\right]_{em} = v\left[\frac{\partial\psi}{\partial x}\right]_{es},$$

gdzie nawiasy i znaczki mają znaczenie powyżej wskazane.

---

[1]) Poincaré loc. cit. tom I.

Stąd wypływa, że ilorazy:

$$\left[\frac{f}{\frac{\partial\psi}{\partial x}}\right]_{em} = \frac{1}{v^2}\left[\frac{f}{\frac{\partial\psi}{\partial x}}\right]_{es},$$

a że:

$$\left[\frac{f}{\frac{\partial\psi}{\partial x}}\right] = [K], \text{ gdyż } [4\pi] = o,$$

przeto:

$$\left[K\right]_{em} = \frac{1}{v^2}\left[K\right]_{es}.$$

Ponieważ dla próżni w układzie elektrostatycznym K=1, przeto:

$K = \frac{1}{v^2}$ w układzie elektromagnetycznym.

A więc na prędkość rozchodzenia się drgań (zaburzeń) elektromagnetycznych w próżni otrzymujemy:

$$V = \frac{1}{\sqrt{K}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{v^2}}} = v.$$

A że światło jest podług teoryi Maxwella tylko zaburzeniem elektromagnetycznej natury, przeto *prędkość rozchodzenia się światła musi być liczebnie równa stosunkowi elektrostatycznej jednostki ilości elektryczności do elektromagnetycznej jednostki ilości elektryczności.*

Zobaczymy, o ile doświadczenie potwierdza powyższy wynik magnetycznej teoryi światła.

Prędkość światła mierzyli Fizeau, Bradley, Foucault, a w nowszych czasach Cornu. Wyniki ich pomiarów są następujące [1]:

Fizeau	$3{\cdot}14\,10^{10}$ *cm/sec.*
Pomiary astronomiczne Bradleya i innych	$3{\cdot}08.10^{10}$ „
Foucault	$2{\cdot}9836.10^{10}$ „
Cornu	$3{\cdot}004.10^{10}$ „ [2]

Stosunek jednostek elektrycznych zupełnie niezależnie od poprzednich pomiarów oznaczali Weber, Maxwell, Thomson, a w nowszych czasach Klemencic, Himstedt i E. B. Rosa. Wyniki ich pomiarów są następujące:

---

[1]) Patrz n. p. Tumlirz loc. cit. str. 65.

[2]) „ „ Poincaré loc. cit. tom I.

Weber	. . . . .	$3.1074.10^{10}$ [1]
Maxwell	. . . .	$2.88\ 10^{10}$ [2]
Thomson	. . . .	$2.82\ 10^{10}$ [1]
E. B. Rosa	. . .	$3.0140\ 10^{10}$ [3]

Najnowsze wyniki, jakie otrzymał Rosa, zgadzają się prawie zupełnie z pomiarami Cornu'go. Różnice, zachodzące w ogóle między liczbami, przypisać należy temu, że ani jedna ani druga wielkość nie jest dotychczas dokładnie wyznaczoną; w każdym jednak razie obie te wielkości są wielkościami tegosamego rzędu. Mamy tu przeto dalsze potwierdzenie elektromagnetycznej natury światła. Stwierdził to wreszcie Hertz, wywołując w powietrzu fale elektromagnetyczne o prędkości około $3.20.10^{10}$ cm./sec.

5. Związek między współczynnikiem załamania dielektryka a stałą dielektryczną.

Weźmy teraz pod uwagę jakiś dielektryk, to prędkość rozchodzenia się w nim drgań elektromagnetycznych wynosi:

$$V_1 = \frac{1}{\sqrt{K\mu}},$$ gdzie K jest stałą dielektryczną.

Dla ciał przeźroczystych μ bardzo mało się różni od 1, więc prędkość V_1 w układzie elektromagnetycznym dla uważanego dielektryka na mocy poprzedniego będzie wynosić:

$$V_1 = \frac{1}{\sqrt{\frac{K}{v^2}}} = \frac{v}{\sqrt{K}}$$

gdzie v ma znaczenie powyżej określone. Prędkość dla próżni w układzie elektromagnetycznym wynosi:

$$V = v,$$

więc stosunek

$$\frac{V}{V_1} = \sqrt{K}$$

Atoli teorya undulacyi powiada, że stosunek prędkości $\frac{V}{V_1}$ jest bezwzględnym współczynnikiem załamania (n) uważanego środowiska, więc:

$$n = \sqrt{K}, \quad K = n^2.$$

Teorya elektromagnetyczna światła wymaga zatem, aby *bezwzględny współczynnik załamania był równy pierwiastkowi kwadratowemu stałej dielektrycznej.*

---

[1]) Tumlirz loc. cit. str. 65.

[2]) Maxwell loc. cit. II. str. 543.

[3]) Poincaré loc. cit. tom I.

Przytem robi jednak Maxwell następującą uwagę [1]). Jak wiadomo współczynnik załamania zmienia się z długością fali; ostatnie równanie może przeto wtedy tylko się spełnić, gdy K i n odnoszą się do zjawisk tego samego okresu. Dlatego musimy wybierać taki współczynnik załamania, który odpowiada falom o bardzo długim okresie, bo te tylko można porównywać ze stosunkowo powolnemi zjawiskami, służącemi do wyznaczenia stałej dielektrycznej.

Zobaczmy teraz, o ile doświadczenie zgadza się z teoretycznym rezultatem Maxwella.

W czasie, kiedy Maxwell wystąpił ze swą teoryą, znano tylko stałą dielektryczną dla parafiny; stałą tę obliczyli Gibson i Barclay [2]). Wynosi ona 1·975, a więc $\sqrt{K} = 1{\cdot}405$; zaś współczynnik załamania dla parafiny (dla fal o bardzo długim okresie) wynosi według pomiarów Gladstone'a 1·422; rezultat odpowiadał przeto w przybliżeniu prawu Maxwella.

Później dokonano całego szeregu pomiarów stałej dielektrycznej dla różnych ciał, a mianowicie dla ciał stałych prócz Gibsona i Barclaya wyznaczali stałą K Boltzmann, Wüllner, Gordon i Hopkinson, dla cieczy Siłow i Hopkinson, wreszcie dla gazów Boltzmann, Ayrton i Perry. Z niezwykłą dokładnością prowadzone pomiary Boltzmanna (1874—75) wykazały [3]) uderzającą zgodność między $\sqrt{K}$ i n dla gazów. Oto daty otrzymane przez Boltzmanna:

	$\sqrt{K}$	n
powietrze:	1·000295	1·000294
CO_2:	1·000473	1·000449
H_2:	1·000132	1·006138
CO:	1·000345	1·000340
CH_4:	1·000472	1·000443

Również dla wielu cieczy daty na $\sqrt{K}$ i n dość dobrze się zgadzały, jak tego dowiodły prace Siłowa i Hopkinsona.

Wiele jednak ciał stałych i cieczy (szczególnie woda i olej rycinusowy) pozornie wyłamywały się z pod powyższego prawa. Atoli najnowsze bardzo dokładne pomiary Aronsa, Rubensa, Cohna, Heerwagena i innych dowiodły, że i te ciała dadzą się podciągnąć pod prawo Maxwella.

Oto krótkie zestawienie dat, donoszących się do niektórych ciał stałych i cieczy [4]):

---

1) Maxwell loc. cit. II. 544.

2) Maxwell loc. cit. II. 544.

3) Tumlirz loc. cit. 67 et sqts.

4) Por. n. p. Petryk: Krytyczny przegląd prac dokonanych nad falami elektrycznemi. Kosmos t. XX. 1895.

Dielektryk	Pomiary robili	K	n	n^2
Szkło	Winkelmann	6·5—7·4	—	—
	Elsas	6 4—7·5	—	—
	Lecher	6·5-7·31	—	—
	Doule	6·88—7·76	—	—
	Arons i Rubens	—	2·33—2·49	5·42—6·20
Parafina	Winkelmann	2 2	—	—
	Doule	2·31	—	—
	Arons i Rubens, stała	1·96	1·43	2·05
	Arons i Rubens, krzepnąca	2·04	1 47	2·16
	Arons i Rubens, ciekła	2 07	1·48	2·19
Nafta	Winkelmann	2·1	—	—
	Lecher	2·42	—	—
	Arons i Rubens	2·07	1·4	1·96
	Waitz	--	1·3-1·45	1·69—2·10
Xylol	Arons i Rubens	2·34	1 5	2·25
Oliwa	Arons i Rubens	3·06	1·77	3 13
Olej rycyn.	Arons i Rubens	4·66	2·05	4·20
Alkohol	Ellinger	—	4·9	24·01
	Doule	24·29	—	—
Woda	Cohn	73·5	8·57	73·44
	Cohn i Arons	76	8·72	76·03
	Heerwagen	79 56	—	—

Nie wolno dziś już przesądzać znaczenia prawa Maxwella; atoli na mocy doświadczeń musimy przyjąć, że jeżeli $\sqrt{K}$ nie równa się dokładnie współczynnikowi załamania, to jednak stanowi najważniejszą jego część składową [1]).

6. Kierunek elektrycznego przesunięcia w środowisku jednorodnem (dielektryku).

Zauważmy płaską falę elektromagnetyczną równoległą do pł. xy i wybierzmy na kierunek elektromagnetycznego

[1]) Maxwell loc. cit. II. 544.

momentu linię równoległą do osi x. Wtedy G=H=o. Wyrażenie na F zależy tylko od natury zaburzenia; możemy przeto w ogólnych całkach funkcye F_1 i F_2 tak obrać, że:

$$F = A \cos \frac{2\pi}{\lambda} (z - Vt).$$

Na mocy równań III. otrzymamy wtedy dla składowych indukcyi magnetycznej:

$$a = o, \quad c = o$$

$$b = - A \frac{2\pi}{\lambda} \sin \frac{2\pi}{\lambda} (z - Vt).$$

Magnetyczna indukcya ma przeto kierunek osi y, a więc jest prostopadłą do kierunku elektromagnetycznego momentu. To samo odnosi się do siły magnetycznej, gdyż jej składowe różnią się jak wiemy od składowych indukcyi tylko czynnikiem μ.

Znając składowe indukcyi można przy pomocy równań II. obliczyć składowe prędkości przesunięcia; dostaniemy mianowicie w sposób nader prosty:

$$4\pi u = \frac{A}{\mu}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \cos \frac{2\pi}{\lambda}\left(z - Vt\right)$$

$$4\pi v = o, \quad 4\pi w = o.$$

Widzimy zatem, że prędkość przesunięcia, podobnie jak i moment elektromagnetyczny, ma kierunek równoległy do osi x. Oczywiście odnosi się to i do kierunku samego przesunięcia, a według równań VII. i do kierunku siły elektromotorycznej, wywołującej to przesunięcie. A więc *w każdym punkcie fali płaskiej elektryczne przesunięcie, siła elektromotoryczna i moment elektromagnetyczny mają ten sam kierunek; siła elektromagnetyczna i indukcya mają kierunek do powyższego prostopadły; wszystko leży jednak w płaszczyźnie fali.*

W zwykłej teoryi undulacyi energia kinetyczna posiada, jak to jest wprost widoczne, wartość:

$$\frac{1}{2}\iiint \varrho \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t}\right)^2\right] dxdydz,$$

gdzie ϱ jest gęstością eteru, a ξ, η, ζ współrzędne drobiny eteru — a więc pochodne dają prędkość. Według Maxwella energia kinetyczna równa się elektrodynamicznemu potencyałowi systemu prądów, znajdującego się w środowisku; gdy to środowisko przyjmiemy za magnetyczne, otrzymamy na mocy wzorów poprzednich na tę energię wyrażenie:

$$\frac{1}{8\pi}\iiint (\alpha a + \beta b + \gamma c)\, dxdydz,$$

lub wyrażając składowe indukcyi przez składowe siły elektromagnetycznej:

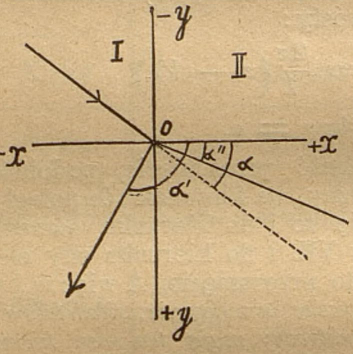
$$\frac{1}{8\pi}\mu\iiint(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2)\,dxdydz.$$

Aby umożliwić zgodność teoryi undulacyi z teoryą Maxwella, musimy przyjąć, że w obu teoryach wyrażenia na energię są te same; musimy przeto położyć:

$$\varrho=\frac{\mu}{4\pi},\quad \frac{\partial\xi}{\partial t}=\alpha,\quad \frac{\partial\eta}{\partial t}=\beta,\quad \frac{\partial\zeta}{\partial t}=\gamma;$$

a więc *składowe indukcyi mają ten sam kierunek, co drganie cząstki eteru.*

7. *Odbicie i załamanie drgań elektromagnetycznych na granicy dwóch jednorodnych dielektryków* [1]). Aby wykazać zgodność teoryi elektromagnetycznej światła z teoryą undulacyi, zajmiemy się szczegółowo zachowaniem się drgań elektrycznych na granicy dwóch środowisk.



(Fig. II).

Fala płaska na granicy dwu środowisk rozdziela się na dwie fale, odbitą i załamaną Powierzchnią rozgraniczającą niech będzie pł. yz, a pionem padania oś xx. Przyjmujemy nadto, że płaszczyzna padania spada z płaszczyzną xy.

Gdy prędkość rozchodzenia się drgań w pierwszem środowisku jest $V\left(V-\frac{1}{\sqrt{K}}\right)$, w drugiem $V'\left(V'=\frac{1}{\sqrt{K'\mu}}\right)$, kąt padania α, odbicia α', załamania α'', stałe dielektryczne w obu środowiskach K i K' to łatwo można udowodnić, że: [2])

$$\alpha'=\pi-\alpha,\quad \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha''}=\frac{V}{V'},\qquad 1).$$

Rozróżnimy tu dwa wypadki:

1). Elektryczne drgania odbywają się prostopadle do płaszczyzny padania, a więc równolegle do osi z.

2). Elektryczne drgania odbywają się w płaszczyźnie padania, a więc prostopadle do osi z.

---

[1]) Por. n. p. Tumlirz loc. cit. str. 87.

[2]) Tumlirz loc. cit. str. 60 i 88.

Oznaczmy nasze funkcye dla fali wpadającej, odbitej i załamanej przez:

u	v	w	F	G	H
u′	v′	w′	F′	G′	H′
u″	v″	w″	F″	G″	H″

Przyjmijmy nadto, że faza wszystkich trzech fal na płaszczyznie rozgraniczającej jest ta sama.

I. wypadek. Niech fala wpadająca będzie określona równaniami:

$$\left. \begin{aligned} & F = o, \quad G = o \\ & H = \Phi\left(\frac{x \cos\alpha + y \sin\alpha}{V} - t\right) \end{aligned} \right\} \quad 2).$$

Przyjmijmy następnie, że tak w fali odbitej, jak i załamanej drgania są równoległe do osi z; wtedy:

$$u' = v' = u'' = v'' = o,$$

a zatem i $\quad F' = G' = F'' = G'' = o;$

zaś H' i H'' niech mają kształt:

$$\left. \begin{aligned} H' &= a\,\Phi\left(\frac{-x \cos\alpha + y \sin\alpha}{V} - t\right) \\ H'' &= a'\,\Phi\left(\frac{x \cos\alpha'' + y \sin\alpha''}{V} - t\right) \end{aligned} \right\} \quad 3)$$

gdzie a i a' są współczynniki na razie nie wyznaczone.

Φ jest funkcyą zupełnie dowolną według dawniejszych rozważań, zaś argumenty tej funkcyi w równaniach 2) i 3) są tylko przekształceniem argumentu $(z - Vt)$

Gdy w dowolnym punkcie płaszczyzny rozgraniczającej wyprowadzimy pion i po obu stronach tej płaszczyzny obierzemy dwa nieskończenie bliskie punkty, to ponieważ H i jej pochodne są funkcye ciągłe, gdyż H — jak wiemy – ma zupełnie własności potencyału, a więc przy przejściu z jednego punktu do sąsiedniego nieskończenie mało się zmieni, przeto:

$$\left. \begin{aligned} & H + H' = H'' \\ & \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H'}{\partial x} = \frac{\partial H''}{\partial x} \\ & \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial H'}{\partial y} = \frac{\partial H''}{\partial y} \end{aligned} \right\} \text{ w punkcie } x = o.$$

Podstawiając tu wartości 1) 2) 3), otrzymamy po wykonaniu działań:

$$\left. \begin{aligned} a &= -\frac{\sin(\alpha - \alpha'')}{\sin(\alpha + \alpha'')} \\ a' &= \frac{2 \cos\alpha \sin\alpha''}{\sin(\alpha + \alpha'')} \end{aligned} \right\} \quad 4).$$

II. wypadek. Niech fala wpadająca będzie określona równaniami:

$$\left.\begin{aligned} F &= \sin\alpha\,\Phi\left(\frac{x\cos\alpha + y\sin\alpha}{V} - t\right) \\ G &= -\cos\alpha\Phi\left(\frac{x\cos\alpha + y\sin\alpha}{V} - t\right) \\ H &= o. \end{aligned}\right\} \quad 5).$$

Przyjmijmy, że tak dla fali odbitej, jak i załamanej, drgania elektryczne odbywają się w płaszczyźnie padania; wtedy otrzymamy:

$$w' = w'' = o, \quad H' = H'' = o.$$

Funkcye F', G', F'', G'' niech mają kształt:

$$\left.\begin{aligned} F' &= a\sin\alpha\,\Phi\left(\frac{-x\cos\alpha + y\sin\alpha}{V} - t\right) \\ G' &= a\cos\alpha\,\Phi\left(\frac{-x\cos\alpha + y\sin\alpha}{V} - t\right) \\ F'' &= a'\sin\alpha''\,\Phi\left(\frac{x\cos\alpha'' + y\sin\alpha''}{V'} - t\right) \\ G'' &= -a'\cos\alpha''\Phi\left(\frac{x\cos\alpha'' + y\sin\alpha''}{V'} - t\right) \end{aligned}\right\} \quad 5').$$

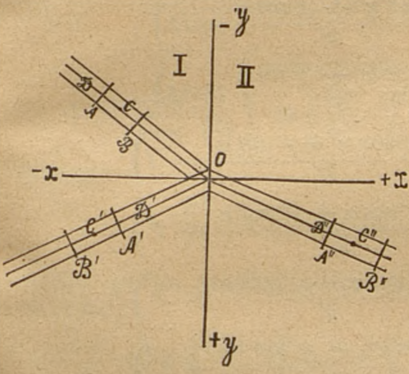
Przy przejściu przez płaszczyznę rozgraniczającą zmieniają się funkcye F, G i ich pochodne w sposób ciągły. Otrzymamy przeto równania:

$$\left.\begin{aligned} F + F' &= F'' \\ \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F'}{\partial x} &= \frac{\partial F''}{\partial x} \\ \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial F'}{\partial y} &= \frac{\partial F''}{\partial y} \\ G + G' &= G'' \\ \frac{\partial G}{\partial x} + \frac{\partial G'}{\partial x} &= \frac{\partial G''}{\partial x} \\ \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial G'}{\partial y} &= \frac{\partial G''}{\partial y} \end{aligned}\right\} \quad \text{w punkcie } x = o.$$

Podstawiając w te równania związki 5) i 5') otrzymamy po całym szeregu przekształceń następujące związki:

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{tg\,(\alpha - \alpha'')}{tg\,(\alpha + \alpha'')} \\ a'' &= \frac{2\sin\alpha''\cos\alpha}{\sin(\alpha + \alpha'')\cos(\alpha - \alpha'')} \end{aligned}\right\} \quad 6).$$

IV. Znajdźmy teraz *stosunek natężeń* promienia padającego, odbitego i załamanego. W tym celu pomyślmy sobie zbudowany w kierunku fali padającej walec o przekroju ω i zauważmy w nim ruch między dwoma prostopadłemi płaszczyznami A i B. W płaszczyźnie rozgraniczającej dzieli się ten ruch na odbity i załamany, z których pierwszy przechodzi w walec o przekroju ω między płaszczyznami A'' i B''. Niech t przedstawia czas, w którym odbywa się ruch między pł. A i B, t' czas, w którym odbywa się ruch między pł. A' i B', A'' i B''. Oczywiście:



(Fig. III).

$$\frac{\omega}{\cos\alpha} = \frac{\omega'}{\cos\alpha''};$$

niech $AB = A'B' = A$, to:

$$A''B'' = A\,\frac{\sin\alpha''}{\sin\alpha}$$

Energia kinetyczna ruchu wpadającego dzieli się na energię kinetyczną ruchu odbitego i załamanego. Tak pierwsza, jak i druga, składa się z energii elektrostatycznej i elektrodynamicznej. Elektrostatyczna jest o, gdy przyjmiemy potencyał wszędzie równy zeru; zostaje więc tylko energia elektrodynamiczna. A zatem otrzymamy:

$$\iiint (Fu + Gv + Hw)\,dxdydz =$$

$$= \iiint (F'u' + G'v' + H'w')\,dx'dy'dz' +$$

$$+ \iiint (F''u'' + G''v'' + H''w'')\,dx''dy''dz''$$

gdzie całki odnoszą się do przestrzeni między A i B, A' i B', A'' i B''.

Przyjmijmy, ze drgania są *liniowo spolaryzowane* i że dostawy kierunkowe drgań padających, odbitych i załamanych są kolejno:

$$\lambda\ \mu\ \nu$$

$$\lambda,\ \mu'\ \nu'$$

$$\lambda''\ \mu''\ \nu''$$

i nadajmy funkcyom F, G, H kształt:

$$F = \lambda\, \Phi\left(\frac{x\cos\alpha + y\sin\alpha}{V} - t\right),$$

$$G = \mu\, \Phi\left(\frac{x\cos\alpha + y\sin\alpha}{V} - t\right)$$

$$H = \nu\, \Phi\left(\frac{x\cos\alpha + y\sin\alpha}{V} - t\right);$$

$$F' = b\lambda'\, \Phi\left(\frac{-x'\cos\alpha + y'\sin\alpha}{V} - t\right)$$

$$G' = b\mu'\, \Phi\left(\frac{-x'\cos\alpha + y'\sin\alpha}{V} - t'\right)$$

$$H' = b\nu'\, \Phi\left(\frac{-x'\cos\alpha + y'\sin\alpha}{V} - t'\right)$$

$$F'' = b'\lambda''\Phi\left(\frac{x''\cos\alpha'' + y''\sin\alpha''}{V'} - t'\right)$$

$$G'' = b'\mu''\Phi\left(\frac{x''\cos\alpha'' + y''\sin\alpha''}{V'} - t'\right)$$

$$H'' = b'\nu''\Phi\left(\frac{x''\cos\alpha'' + y''\sin\alpha''}{V'} - t'\right)$$

gdzie b i b' są stałe; w obu powyżej rozważanych wypadkach dają one wprost a i a'. Otrzymany teraz na energię kinetyczną po dokonaniu odpowiednich przekształceń [1]):

$$\frac{1}{V^2}\iiint\Phi\left(\frac{x\cos\alpha + y\sin\alpha}{V} - t\right)\Phi''\left(\frac{x\cos\alpha + y\sin\alpha}{V} - t\right)dx\,dy\,dz =$$

$$= \frac{b^2}{V^2}\iiint\Phi\left(\frac{-x'\cos\alpha + y'\sin\alpha}{V} - t\right)\Phi''\left(\frac{-x'\cos\alpha + y'\sin\alpha}{V} - t'\right)dx'dy'dz'$$

$$+ \frac{b'^2}{V'^2}\iiint\Phi\left(\frac{x''\cos\alpha'' + y''\sin\alpha''}{V} - t'\right)\Phi''\left(\frac{x''\cos\alpha'' + y''\sin\alpha''}{V'} - t'\right)dx''dy''dz''$$

Ruch znajdujący się w czasie t w punkcie $C(xy)$ dojdzie w czasie t' do $C'(x'y')$ i $C''(x''y'')$.

Połóżmy: $DC = E$, $D'C' = E'$, $D''E'' = E''$,

$$DO = \Delta,\quad OD' = \Delta',\quad OD'' = \Delta'',$$

wtedy:

$$x\cos\alpha + y\sin\alpha = -\Delta + E.$$

$$-x'\cos\alpha + y'\sin\alpha = \Delta' + E'.$$

$$x''\cos\alpha'' + y''\sin\alpha'' = \Delta'' + E''.$$

$$t' = t + \frac{\Delta + \Delta'}{V} = t + \frac{\Delta}{V} + \frac{\Delta''}{V'}$$

---

[1]) Por. Tumlirz loc. cit. str. 39 i 95.

Zastąpmy elementy $dxdydz$, $dx'dy'dz'$, $dx''dy''dz''$ przez ωdE, $\omega dE'$, $\omega' dE''$, to otrzymamy następujące wyrażenie na energię:

$$\int_0^V \Phi\left(\frac{E-\Delta}{V}-t\right)\Phi''\left(\frac{E-\Delta}{V}-t\right)dE = b^2\int_0^\Lambda \Phi\left(\frac{E'-\Delta}{V}-t\right)\Phi''\left(\frac{E'-\Delta}{V}-t\right)dE' +$$

$$+ b'^2 \frac{\cos\alpha''}{\cos\alpha}\frac{V^2}{V'^2}\int_0^{\Lambda \sin\alpha''/\sin\alpha} \Phi\left(\frac{E''}{V'}-\frac{\Delta}{V}-t\right)\Phi''\left(\frac{E''}{V'}-\frac{\Delta}{V}-t\right)dE''$$

Połóżmy:

$$\frac{E''}{V'} = \frac{y}{V}, \text{ to } dE'' = \frac{V'}{V}\,dy,$$

a wtedy górna granica w trzeciej całce jest także Δ. A więc dostaniemy:

$$\int_0^\Lambda \Phi\left(\frac{E-\Delta}{V}-t\right)\Phi''\left(\frac{E-\Delta}{V}-t\right)dE = b^2\int_0^\Lambda \Phi\left(\frac{E'-\Delta}{V}-t\right)\Phi''\left(\frac{E'-\Delta}{V}-t\right)dE' +$$

$$+ b'^2 \frac{\cos\alpha''}{\cos\alpha}\frac{V}{V'}\int_0^\Lambda \Phi\left(\frac{y-\Delta}{V}-t\right)\Phi''\left(\frac{y-\Delta}{V}-t\right)dy.$$

Wszystkie trzy całki mają tę samą wartość, więc na mocy równania 1):

$$1 = b^2 + b'^2\frac{\cos\alpha''\ \sin\alpha}{\cos\alpha\ \sin\alpha''} \qquad 7).$$

A zatem natężenia ruchu falowego wpadającego, odbitedo i załamanego mają się do siebie jak:

$$1 : b^2 : b'^2 \frac{\cos\alpha''\ \sin\alpha}{\cos\alpha\ \sin\alpha''}$$

Zastosujmy ten wynik do naszych dwu głównych wypadków, to w wypadku, gdy drgania odbywają się prostopadle do płaszczyzny padania, otrzymamy na stosunek natężeń:

$$1 : \frac{\sin^2(\alpha-\alpha'')}{\sin^2(\alpha+\alpha'')} : \frac{\sin 2\alpha\ \sin 2\alpha''}{\sin^2(\alpha+\alpha'')} \qquad 8),$$

w wypadku zaś, gdy drgania odbywają się w płaszczyźnie padania, otrzymamy:

$$1 : \frac{tg^2(\alpha-\alpha'')}{tg^2(\alpha+\alpha'')} : \frac{\sin 2\alpha\ \sin 2\alpha''}{\sin^2(\alpha+\alpha'')\cos^2(\alpha-\alpha'')} \qquad 9).$$

Równania 4). 6). 8). 9). są zupełnie identyczne z temi, które w teoryi undulacyi [1]) podał Fresnel w założeniu, *że płaszczyzna drgania jest prostopadłą do płaszczyzny polaryzacyi.*

---

[1]) Por. n. p. Lang loc. cit. (Optik); tudzież n. p. Wüllner: Lehrbuch der Experimentalphysik tom II. str. 456 et sqts.

Oczywistą jest rzeczą, że dalsze wnioski, wyprowadzone przez Fresnela z równań powyższych, pozostają i tu taj, a więc prawa całkowitego odbicia, wielkość kąta polaryzacyi (prawo Brewstera) i t d. W to jednak bliżej wchodzić nie będziemy. Zauważymy tylko, że gdy płaszczyzna drgania z płaszczyzną padania zawiera kąt różny od 0^0 i od $\frac{\pi}{2}$ (a więc gdy nie zachodzi żaden z rozważanych wypadków), to każde drganie możemy rozłożyć na dwa: jedno równoległe do płaszczyzny padania, drugie do niej prostopadłe; a takie dwa drgania podlegają już prawom wyprowadzonym poprzednio.

8. Energia promieniowania. W teoryi undulacyjnej energia środowiska, przez które przeszło światło, składa się z energii potencyalnej i kinetycznej; pierwsza pochodzi z odkształcenia środowiska, uważanego za sprężyste, druga z ruchu drgającego. Całkowita energia elementu objętości pozostaje stała, bo energia potencyalna wzrasta o tyle, o ile kinetyczna zmalała, i na odwrót.

W magnetycznej teoryi światła zakładamy również, że energia środowiska jest częścią potencyalna, częścią kinetyczna. Energia potencyalna, pochodząca ze zjawisk elektrostatycznych, wynosi jak wiemy:

$$W = \int\int\int \frac{2\pi}{K} (f^2 + g^2 + h^2)\, dxdydz;$$

zaś energia kinetyczna, będąca elektrodynamicznym potencyałem systemu prądów, znajdującego się w środowisku, wynosi:

$$T = \frac{1}{8\pi} \int\int\int (\alpha a + \beta b + \gamma c)\, dxdydz$$

Obliczmy te dwie wielkości dla fali płaskiej, równoległej do pł. (xy), której moment elektromagnetyczny ma kierunek równoległy do osi x. Wtedy:

$$G = H = O,\ Q = R = O,\ g = h = o,\ \alpha = \gamma = o,\ a = c = o,$$

a wyrażenia na energię będą:

$$W = \int\int\int \frac{2\pi}{K} f^2\, dxdydz.$$

$$T = \int\int\int \frac{1}{8\pi\mu} b^2\, dxdydz.$$

Z równań VII) i VIII) wynika, że:

$$f = \frac{K}{4\pi} P = -\frac{K}{4\pi} \frac{\partial F}{\partial t}$$

$$b = \frac{\partial F}{\partial z}$$

wskutek czego:

$$d\,W = \frac{K}{8\pi}\left(\frac{\partial F}{\partial t}\right)^2 dxdydz, \quad d\,T = \frac{1}{8\pi\mu}\left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 dxdydz$$

Atoli F spełnia równanie różniczkowe:

$$K\,\mu\,\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2},$$

którego całką jest:

$$F = f(z - Vt), \quad V = \frac{1}{\sqrt{K\mu}};$$

mamy przeto:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = - V f'(z - Vt)$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = f'(z - Vt); \text{ więc:}$$

$$K\left(\frac{\partial F}{\partial t}\right)^2 = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2, \text{ czyli } W = T.$$

Wartości obu energii są przeto równe; gdy jedna z nich rośnie, to i druga wzrasta o tę samą wielkość, i przeciwnie. Wniosek ten *nie zgadza się* z wnioskiem zwykłej teoryi światła.

Wewnętrzna energia środowiska jest przeto na pół elektrostatyczną, na pół elektrokinetyczną. Niech bezwzględna wartość każdej z tych połówek będzie p; wskutek istnienia energii elektrostatycznej, a nadto ponieważ z siły elektromotorycznej istnieje tylko składowa w kierunku x, istnieje — jak Maxwell udowadnia[1]) — równolegle do osi x ciągnienie o wielkości p i prostopadłe doń w kierunku osi y i z ciśnienie[2]) o wielkości p. Skutkiem zaś istnienia energii elektrokinetycznej, a nadto ponieważ z indukcyi magnetycznej została tylko składowa w kierunku osi y, istnieje w kierunku osi y ciągnienie o wielkości p i prostopadle doń w kierunku osi x i z ciśnienie również o wielkości p. Całkowity przeto efekt działania elektrostatycznego i elektrokinetycznego w dielektryku jest *ciśnieniem* o wielkości $2p$ w kierunku rozchodzenia się fali t. j. w kierunku osi z (gdyż ciśnienie i ciągnienie w kierunku osi y i x znosi się). A że całkowita

---

1) Maxwell loc. cit. I. str. 156 et sqts.

2) Istnienie ciągnienia i ciśnienia łatwo wytłumaczyć w sposób następujący: Wykazaliśmy poprzednio, że dla fali płaskiej siła elektromotoryczna ma ten sam kierunek, co moment elektromagnetyczny; przeto linie siły elektromotorycznej biegną równolegle do osi xx, dlatego element stojący prostopadle do osi xx doznaje normalnego *ciągnienia*. Do powyższego kierunku jest prostopadłym kierunek siły magnetycznej, a więc linie siły magnetycznej stoją prostopadle do linij siły elektromotorycznej, a przeto równolegle do uważanego elementu, który skutkiem tego doznaje normalnego *ciśnienia*.

wielkość energii, odniesiona do jednostki objętości, wynosi również $2p$, przeto:

W środowisku, w którem rozchodzi się fala, istnieje w kierunku rozchodzenia się ruchu ciśnienie, które w uważanem miejscu jest liczebnie równe całkowitej energii, odniesionej do jednostki objętości.

Maxwell obliczył[1]) wielkość ciśnienia, jakiego doznaje powierzchnia oświetlona od słońca. Gdy przyjmiemy, że dzielność światła, wypromieniowanego przez silny promień słoneczny na metr kwadratowy, wynosi:

$$124{\cdot}1 \ \frac{kgm}{sec}$$

to energia zawarta w jednym metrze sześciennym, wynosi około $41{\cdot}36.10^{-8}$ *kgm.*;
średnie ciśnienie na metr kwadratowy wynosi przeto $0{\cdot}004136$ *g.*

Ciśnienie to działa tylko na powierzchnię oświetloną, Maxwell spodziewa się przeto, że cieniutka blaszka metaliczna, zawieszona w próżni, poruszy się pod wpływem silnie skupionych promieni świetlnych. Ponieważ połowa powyższego ciśnienia równa się elektrostatycznej, względnie elektrodynamicznej energii, przeto możemy łatwo znaleść wartość siły elektromotorycznej, odniesionej do jednostki długości i siły elektrodynamicznej słońca. Maxwell obliczył, że siła elektromotoryczna wynosi około 600 woltów, a siła elektromagnetyczna około $0{\cdot}198$ jednostek (*em*), a więc nieco więcej jak $\frac{1}{10}$ składowej poziomej magnetyzmu ziemskiego w Anglii.

Maxwell podał bardzo ciekawe objaśnienie powyższego ciśnienia[2]) Ponieważ elektrodynamiczną energię:

$$\iiint \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{8\pi} \, dxdydz$$

można uważać za kinetyczną, to możemy przyjąć, że środowisko, w którem zachodzą zjawiska elektrodynamiczne, składa się z drobin, odbywających ruchy obrotowe (wirowe). Gdy bowiem α' β' γ' przedstawiają składowe obrotowej prędkości drobiny, uważanej za swobodną, to energia kinetyczna powstała skutkiem obrotu jest proporcyonalną do

$$\frac{\alpha'^2 + \beta'^2 + \gamma'^2}{2}$$

---

[1]) Maxwell loc. cit. II. str. 548

[2]) Patrz n. p. Poincaré loc. cit. tom I.

Możemy więc wyrażenie na energię elektrodynamiczną zidentyfikować z wyrażeniem na energię wirującego środowiska, gdy przyjmiemy, że składowe obrotu są proporcyonalne do składowych elektromagnetycznej siły. Kierunek tej siły spada z osią obrotu drobiny.

Gdy przyjmiemy, że drobina ma kształt kuli, to wskutek obrotu drobina stara się na biegunach spłaszczyć, a na równiku wydłużyć. Na każdy element prostopadły do osi obrotu działa siła skierowana ku środkowi drobiny; na każdy element na równiku równoległy do osi działa siła ciągnąca na zewnątrz Ponieważ oś obrotu ma ten sam kierunek, co siła magnetyczna, przeto na element prostopadły do tej siły działa ciągnienie, na element równoległy ciśnienie.

Rozchodzenie się drgań magnetycznych w dielektrykach postaciowych (anizotropowych).

1 Dielektryki postaciowe przewodzą drgania elektromagnetyczne w każdym kierunku inaczej. Ponieważ dielektryk jest postaciowy, przeto musimy przyjąć, że w każdym kierunku stała dielektryczna ma inną wartość, oznaczymy te wartości w trzech do siebie prostopadłych kierunkach przez K, K' K'', to składowe elektrycznego przesunięcia będą:

$$f = -\frac{K}{4\pi}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x} - X\right)$$

$$g = -\frac{K'}{4\pi}\left(\frac{\partial\psi}{\partial y} - Y\right)$$

$$h = -\frac{K''}{4\pi}\left(\frac{\partial\psi}{\partial z} - Z\right)$$

ψ jest elektrostatyczny potencyał, X, Y, Z składowe elektromotorycznej siły, pochodzące z jakiejś przyczyny dowolnej. Przyjmijmy, że ta siła elektromotoryczna pochodzi z indukcyi, wywołanej przez prądy i magnesy pola, to równania nasze (analogicznie do VII) będą:

$$\left.\begin{aligned} f &= \frac{K}{4\pi} P \\ g &= \frac{K'}{4\pi} Q \\ h &= \frac{K''}{4\pi} R \end{aligned}\right\} \qquad 1)$$

Analogicznie jak w ustępie o dielektrykach bezpostaciowych dostaniemy tu równania:

$$\left.\begin{aligned} K\mu \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} &= \Delta F - \frac{\partial I}{\partial x} \\ K'\mu \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} &= \Delta G - \frac{\partial I}{\partial y} \\ K''\mu \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} &= \Delta H - \frac{\partial I}{\partial z} \end{aligned}\right\} \text{1)}$$

czyli po rozwinięciu Δ, $\frac{\partial I}{\partial x}$, ...

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 H}{\partial z \partial x} &= K\mu \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 H}{\partial z \partial y} - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} &= K'\mu \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial z \partial x} - \frac{\partial^2 G}{\partial y \partial z} &= K''\mu \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \end{aligned}\right\} \quad 2)$$

przyczem:

$$I = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = o$$

Przyjmijmy, że zaburzenia elektryczne postępują jako *fala płaska*, która ma równanie:

$$lx + my + nz - Vt = d,$$

gdzie l, m, n są dostawy kierunkowe pionu tej fali, V prędkość rozchodzenia się, a d odstęp płaszczyzny fali od początku układu w czasie $t = o$.[2])

Ponieważ ostatnie równanie wyraża zależność między x, y, z i t, przeto można uważać funkcye F, G, H jako funkcye samego d; a więc:

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial d}\frac{dd}{dx} = l\frac{\partial F}{\partial d} = lF';$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = lF'' \text{ i t. d.}$$

Wstawiając to w równania 2), otrzymamy[2]):

$$\left.\begin{aligned} \left(m^2 + n^2 - \frac{V^2}{a^2}\right) F'' - lmG'' - nlH'' &= o \\ -lmF'' + \left(n^2 + l^2 - \frac{V^2}{b^2}\right) G'' - nmH'' &= o \\ -nlF'' - mnG'' + \left(l^2 + m^2 - \frac{V^2}{c^2}\right) H'' &= o \end{aligned}\right\} \quad 3)$$

---

[1]) Właściwie powinniśmy pisać μ, μ_1, μ_2, atoli dla środowiska przeźroczystego jest μ we wszystkich kierunkach prawie jednakowe.

[2]) Por. Tumlirz loc. cit. str. 76.

[3]) Por. Maxwell loc cit. II. str. 550.

gdzie:

$$K\mu = \frac{1}{a^2}, \quad K'\mu = \frac{1}{b^2}, \quad K''\mu = \frac{1}{c^2}$$

Równania te są współczesne ze względu na F' G'' H'', wyznacznik ich musi być przeto równym zeru, a więc:

$$\begin{vmatrix} m^2 + n^2 - \frac{V^2}{a^2} & -lm & -nl \\ -lm & n^2 + l^2 - \frac{V^2}{b^2} & -mn \\ -nl & -mn & l^2 + m^2 - \frac{V^2}{c^2} \end{vmatrix} = o$$

a stąd po wykonaniu otrzymamy równanie:

$$\frac{l^2}{V^2 - a^2} + \frac{m^2}{V^2 - b^2} + \frac{n^2}{V^2 - c^2} = o \qquad 4)$$

Zupełnie takie samo równanie otrzymujemy w teoryi Fresnela na szybkość rozchodzenia się dwu fal płaskich (przy podwójnem załamaniu)[1]), pochodzących od jednej i tej samej fali wpadającej.

Fala elektromagnetyczna doznaje przeto w postaciowym dielektryku podwójnego załamania.

Porównując powyższe równanie z równaniem analogicznem w teoryi undulacyi widzimy, że prędkość rozchodzenia się fali w kierunkach trzech osi współrzędnych w środowiskach postaciowych *mają się do siebie odwrotnie jak pierwiastki kwadratowe ze zdolności indukcyjnych K K' K'' w kierunkach tych osi* (μ przyjmiemy = 1), lub co na jedno wyjdzie, że te *pierwiastki kwadratowe są proporcyonalne do współczynników załamania w kierunku trzech osi sprężystości środowiska.*

Związek ten sprawdzono dla kilku ciał postaciowych; tak n. p. dla siarki krystalicznej znalazł Boltzmann[2]) następujące zdolności indukcyjne w kierunku trzech osi sprężystości:

4·773, 3·970, 3·811;

pierwiastki kwadratowe tych liczb są:

2·184, 1·99, 1·95.

Liczby te zbliżają się znacznie do współczynników załamania w tych trzech kierunkach, które są:

2·143, 1·96, 1·89

W bliższy rozbiór równania Fresnela i zgodnego z niem równania Maxwella nie wchodzimy, gdyż to należy już do zwykłej teoryi światła.

---

[1]) Patrz n. p. Lang loc. cit. (Optik).
[2]) Por. Poincaré loc. cit. tom I.

2 Analogicznie do równań w środowiskach bezpostaciowych dostaniemy i tu równania:

$$4\pi\mu u = - F''(m^2 + n^2) + G''lm + H''ln$$
$$4\pi\mu v = F''ml - G''(n^2 + l^2) + H''mn$$
$$4\pi\mu w = F''nm + G''nl - H''(l^2 + m^2),$$

lub przy pomocy równań 3):

$$\left.\begin{aligned} 4\pi\mu u &= -\frac{V^2}{a^2} F'' \\ 4\pi\mu v &= -\frac{V^2}{b^2} G'' \\ 4\pi\mu w &= -\frac{V^2}{c^2} H'' \end{aligned}\right\} \qquad 5).$$

Oznaczmy prędkość wypadkową elektrycznego drgania przez i; niech ona ma dostawy kierunkowe λ, μ, ν, to:

$$u = \lambda i,\ v = \mu i,\ w = \nu i, \quad \text{a więc:}$$

$$\lambda : \mu : \nu = \frac{F''}{a^2} : \frac{G''}{b^2} : \frac{H''}{c^2} \qquad 5')$$

mnożąc zaś kolejno 5) przez l, m, n i dodając otrzymamy:

$$4\pi\mu i\ (l\lambda + m\mu + n\nu) = - V^2 \left(\frac{F''l}{a^2} + \frac{G''m}{a^2} + \frac{H''n}{c^2}\right);$$

mnożąc dalej równania 2) kolejno przez l, w, n i dodając otrzymamy:

$$\frac{F''l}{a^2} + \frac{G''m}{b^2} + \frac{H''n}{c^2} = o. \qquad 6).$$

a zatem:

$$l\lambda + m\mu + n\nu = o. \qquad 7),$$

t. z. że *drgania elektryczne odbywają się w płaszczyźnie fali.*

Z równań 5'), 6) i 7) wynika związek:[1])

$$\frac{l}{\lambda}(b^2 - c^2) + \frac{m}{\mu}(c^2 - a^2) + \frac{n}{\nu}(a^2 - b^2) = o. \qquad 8).$$

Równanie 4) stwierdzone doświadczeniami Boltzmanna, 7) i 8) otrzymał Fresnel pod założeniem, że *płaszczyzna polaryzacyi jest prostopadłą do płaszczyzny drgania.*

Elektromagnetyczna teorya światła rozstrzyga przeto kwestyę, czy płaszczyzna polaryzacyi spada z płaszczyzną drgania, czy też jest do niej prostopadła, na korzyść hipotezy Fresnela.

Naturalną jest rzeczą, że dalsze wnioski Fresnelowskiej teoryi o kierunku fali i jej kształcie pozostać muszą bez zmiany.

---

1) Por. Maxwell loc. cit. II. 552.

Rozchodzenie się drgań elektromagnetycznych w środowisku nawpółdielektrycznem. Chłonienie drgań.

W przyrodzie najczęściej występują ciała pośrednie, nie będące ani zupełnymi dielektrykami ani zupełnymi przewodnikami. Takiemi to ciałami zajmiemy się obecnie i wyprowadzimy dla nich prawa rozchodzenia się drgań świetlnych, lub co na jedno wyjdzie, prawa rozchodzenia się płaskich fal elektromagnetycznych, które przy bardzo szybkiem drganiu wywołują wrażenie światła.

Dla takich ciał mamy do wyboru równania Maxwella (IX) i Potiera (X). Przyjmijmy płaszczyznę fali za równoległą do pł XY, a kierunek elektromagnetycznego momentu za równoległy do osi xx, to wtedy $G=H=o$, a równania 1) pierwszego ustępu części drugiej zredukują się do równania:

$$\frac{\partial P}{\partial t}=-\frac{\partial^2 F}{\partial t^2},$$

a stąd gdy przy całkowaniu opuścimy stałą, gdyż ta dla zaburzeń peryodycznych musi być równą zeru, otrzymamy:

$$P=-\frac{\partial F}{\partial t}$$

Wstawmy to w pierwsze z równań IX), t. j. w równanie

$$u=CP+\frac{K}{4\pi}\frac{\partial P}{\partial t},$$

to otrzymamy:

$$u=-C\frac{\partial F}{\partial t}-\frac{K}{4\pi}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \qquad 1).$$

Równania I), II), III) dają jednak:

$$4\pi u=\frac{\partial \gamma}{\partial y}-\frac{\partial \beta}{\partial z}=\frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}-\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}\right],$$

a że wskutek wyboru współrzędnych F nie zależy od y, to:

$$4\pi u=-\frac{1}{\mu}\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}.$$

Rugując z tego równania i z 1) u otrzymamy:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}=\mu K\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}+4\pi C\frac{\partial F}{\partial t} \qquad 2).$$

Jak teorya równań różniczkowych uczy, całką tego równania jest:

$$F=e^{i(nt-mz)}, \quad i=\sqrt{-1},$$

gdzie m i n — jak łatwo dostrzec za podstawieniem w 2) wartości na F — są związane równaniem:

$$m^2 = \mu K n^2 - 4\pi\mu C n i.$$

Ponieważ jednak n ma wartość $\frac{2\pi}{T}$, gdzie T jest peryodem funkcyi, to ta wartość musi być rzeczywistą; a zatem m^2, a więc i m musi być wielkością zespoloną:

$$m = q - pi.$$

Wstawiwszy tę wartość w równanie na m^2 otrzymamy przez zrównanie części pierwszorzędnych i drugorzędnych związki:

$$\left.\begin{aligned} q^2 - p^2 &= \mu K n^2 \\ 2\,pq &= 4\pi\mu C n \end{aligned}\right\} \quad 3).$$

Funkcya peryodyczna, spełniająca równanie 2) da się wówczas napisać w formie:

$$F = e^{-pz}\, e^{i(nt-qz)} \quad ; \text{ ale:}$$

$$e^{i(n-tqz)} = \cos(nt-qz) + i \sin(nt-qz).$$

Rzeczywista część funkcyi F ważna dla nas ze względów doświadczalnych, wynosi:

$$F_1 = e^{-pz} \cos(nt-qz).$$

Jeżeli nie uwzględnimy zmian, pochodzących od $\cos(nt-qz)$, to ostatnie wyrażenie wskazuje, że wartość elektromagnetycznego momentu zmienia się tak jak e^{-pz}. Jak równanie:

$$2pq = 4\pi C n$$

wskazuje, mają p i q ten sam znak; gdy przeto uważana fala płaska rozchodzi się w kierunku dodatniego z to p i q są dodatnie i e^{-pz} maleje z rosnącem z. *Wartość elektromagnetycznego momentu zmniejsza się w miarę jak fala wnika głębiej w dotyczące środowisko.*

Taki sam stosunek zachodzi dla elektrycznego przesunięcia i siły elektromagnetycznej; wielkości te są bowiem z wartościami elektromagnetycznego momentu związane szeregiem równań różniczkowych pierwszego rzędu, które zatem muszą zawierać e^{-pz}; p nazywa się *współczynnikiem chłonienia.* Gdy więc magnetyczne drgania odbywają się tak prędko, że mogą wywołać zjawisko światła, to *natężenie światła, proporcyonalne do kwadratu ze średniej prędkości drobiny eteru, musi maleć w stosunku* e^{-2pz}.

W wypadku, gdy uważane środowisko ma bardzo małą zdolność indukcyjną K, a μ prawie równe 1, przejdą równania 3) na:

$$q^2 - p^2 = o, \text{ czyli } p = q;$$

$$2p^2 = 4\pi C u;$$

p jest więc prawie proporcyonalne do pierwiastka kwadratowego ze zdolności przewodzenia *C*. Stad wypływa, że natężenie światła przechodzącego przez takie ciało jest tem mniejsze, im większe *C*; czyli *ciało jest tem mniej przeźroczyste, im lepiej przewodzi elektryczność.*

W rzeczywistości jest wiele wyjątków od tego prawa; w ogóle jednak ciała stałe przeźroczyste są dobrymi dielektrykami, przewodniki zaś są przeważnie nieprzeźroczyste. Nadto, jak Curie się przekonał[1]), tabelka tych ciał uporządkowana według *wzrastającej zdolności przewodzenia*, jest prawie identyczna z tabelką uporządkowaną według *malejącej diatermaniczności.*

Przytoczymy powyższą tabelkę Curie'go:

Elektr. przewodn. rosnące:	*Diaterman. malejąca:*
Siarka	Sól kuchenna
Sól kuchenna	Siarka
Fluoryt	Fluoryt
Szpat islandzki	Szpat islandzki
Kwarc	Kwarc
Baryt	Szkło
Ałun	Baryt
Szkło	Turmalin
Turmalin	Ałun

Od ogólnego prawa Maxwella odstępują *elektrolity*, które są dobrymi przewodnikami elektryczności, a mimo to są w ogóle przeźroczyste. Maxwell wyjaśnia to w ten sposób, że zdolność przewodzenia u elektrolitów jest innej natury, niż u metali. U metali są drobiny materyi w spoczynku, a elektryczność się porusza, u elektrolitów zaś poruszają się jony od jednej elektrody do drugiej, a więc przejście elektryczności odbywa się za pośrednictwem jonów, które niosą ze sobą elektryczność.

Prócz tego podaje Maxwell inne jeszcze wyjaśnienie[2]). Energia absorbowana przy przejściu fali musi się koniecznie odnaleść pod jakąś inną formą. U metali przekształca się ona w ciepło, u elektrolitów służy do rozdzielenia jonów. Atoli kierunek ruchu jonów zależy od ruchu elektrycznego (prądu); a więc efekt, wywołany przez przejście pewnej ilości elektryczności w jednym kierunku, znosi się wskutek przejścia równej ilości elektryczności w przeciwnym kierunku; wskutek tego prądy przemienne, kolejno po sobie następujące, pochodzące od zaburzeń, wywołujących światło, nie mogą wywołać żadnego rozkładu elektrolitów. Energia nie zostanie przeto wcale zabsorbowana,

---

1) Patrz Poincaré loc. cit. tom I.

2) Patrz Maxwell loc. cit. II. str. 553.

a natężenie światła musi przy wyjściu z elektrolitu być prawie równe natężeniu światła wpadającego do elektrolitu.

Drgania elektromagnetyczne w dobrych przewodnikach.

1. Dobre przewodniki charakteryzują się tem, że ich zdolność indukcyjna K w porównaniu do zdolności przewodzenia C jest bardzo mała; z równań Potiera wynika zaś przeciwnie, że dla przewodników $K = \infty$.

Przyjmijmy hipotezę Maxwella, to wtedy — jak się łatwo przekonać[1]) — otrzymamy z równań V) i VI) równania następujące:

$$\left.\begin{aligned} 4\pi\mu\, C \frac{\partial F}{\partial t} + \Delta F = o. \\ 4\pi\mu\, C \frac{\partial G}{\partial t} + \Delta G = o. \\ 4\pi\mu\, C \frac{\partial H}{\partial t} + \Delta H = o. \end{aligned}\right\} \quad 1).$$

Każde z tych równań ma zupełnie taką samą postać, jak równania, które Fourier wyprowadził dla praw rozchodzenia się ciepła w dobrych przewodnikach[2]).

Gdy więc weźmiemy pod uwagę pierwsze z powyższych równań, to składowa F elektromagnetycznego momentu zmieniać się będzie z położeniem i czasem tak samo, jak zmienia się temperatura ciała sztywnego jednorodnego, gdy warunki graniczne w obu wypadkach założymy te same i gdy wielkość $4\pi\mu C$ będzie liczebnie równą odwrotności termicznej zdolności przewodzenia materyi[3]). Wskutek tego można wszystkie zagadnienia, które Fourier opracował dla rozchodzenia się ciepła, przenieść na wypadek rozchodzenia się drgań elektromagnetycznych w przewodnikach; atoli nie należy zapominać, że podczas gdy F, G, H są wielkościami kierunkowemi (wektorami w myśl teo-

---

[1]) P zredukuje się do:

$$P = -\frac{\partial F}{\partial t},$$

bo wewnątrz przewodnika Ψ=Const,, a indukcya magnetyczna równa się zeru; tak samo I (Maxwell II. 554) jest tylko liniową funkcyą czasu t, a więc:

$$\frac{\partial I}{\partial x} = \frac{\partial I}{\partial y} = \frac{\partial I}{\partial z} = o.$$

[2]) Patrz n. p. Lang loc. cit. str. 920 równanie 73

[3]) Termiczna zdolność przewodzenia jest to ilość jednostek objętościowych materyi, która (ilość) zostanie ogrzaną o $1^0 C$ przez ciepło, przechodzące przez jednostkowy sześcian materyi, którego dwie przeciwległe ścianki mają różnicę temperatury, wynoszącą $1^0 C$, a inne ścianki ciepła nie przepuszczają.

ryi kwaternionów), temperatura jest skalarem (a więc od kierunku nie zależy).

Maxwell rozbiera jeden tylko wypadek[1], a mianowicie, gdy drganie elektromagnetyczne odbywać się będzie w środowisku o nieskończenie wielkich rozmiarach, przy czem na początku czasu stan uważanego środowiska jest zupełnie określony.

Zupełną całką naszych równań różniczkowych jest wtedy według Fonriera :

$$v = \iiint \frac{d\alpha d\beta d\gamma}{2^8 \sqrt{k^3 \pi^3 t^3}} e^{-\frac{(\alpha - x)^2 + (\beta - y)^2 + (\gamma - c)^2}{4kt}} f(\alpha, \beta, \gamma),$$

gdzie v przedstawia u nas jedną z trzech wielkości F, G, H ; k oznacza u Fouriera zdolność przewodzenia, a więc u nas $k = \frac{1}{4\pi\mu C}$; $f(\alpha\beta\gamma)$ jest u Fouriera funkcyą, która daje na miejscu $(\alpha\beta\gamma)$ wielkość temperatury, u nas zaś daje wartość jednej z wielkości F, G, H na miejscu $(\alpha\beta\gamma)$ środowiska

2. Zauważmy teraz wypadek, że prąd przepływa przez liniowy łącznik, otoczony środowiskiem o niewielkiej zdolności przewodnictwa. Jak wiemy prąd płynący przez przewodnik wywołuje w otaczającej go części środowiska prąd indukowany. Prąd indukowany ma kierunek przeciwny, niż prąd indukcyjny. Natężenie takiego prądu indukowanego maleje wskutek oporu środowiska i nakoniec znika zupełnie. Atoli zanim zniknie ów prąd indukowany w pobliżu przewodnika, wywola on w bezpośredniem swem otoczeniu także prąd indukowany (drugorzędny) który również z czasem zniknie, wywołując w dalszych częściach środowiska prądy indukowane. Tak więc indukcya rozszerza się po całem środowisku, obszar prądu indukowanego rozszerza się coraz bardziej, a jego natężenie coraz bardziej maleje

Gdy prąd główny utrzymujemy ciągle na tej samej wysokości (potencyale), to prądy indukowane, przezeń wywołane, rozchodzą się przez środowisko i gdzieś w niem zonikają. Po za niemi pozostaje środowisko w stanie poprzedniej (normalnej) równowagi. Dla tego stanu równowagi mamy, jak łatwo zrozumieć :

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial G}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial t} = o,$$

a więc i :

$$\Delta F = \Delta G = \Delta H = o. \qquad 2).$$

Równania te odnoszą się do wszystkich punktów środowiska ; zaś dla punktów prądu głównego mamy :

---

1) Maxwell loc. cit. II, 555.

$$\left.\begin{array}{l} \Delta F = -\,4\pi\mu u \\ \Delta G = -\,4\pi\mu v \\ \Delta H = -\,4\pi\mu w \end{array}\right\} \quad 3).$$

Równania 2) i 3) razem wzięte pokazują, że gdy *prąd o stałem natężeniu płynie od dłuższego czasu w przewodniku, to w środowisku, otaczającem ten przewodnik, nie ma żadnych drgań (zaburzeń)*; prąd istnieje tylko w przewodniku, a więc działania elektromagnetyczne w całem środowisku odnieść należy *wyłącznie* do prądu płynącego przez przewodnik.

Prędkość, z jaką następuje ten stan końcowy, jest zresztą tak wielka, że jej przy użyciu naszych dotychczasowych środków nie możemy mierzyć.

Tarnopol, 2. czerwca 1897.

I.

Skład grona nauczycielskiego

z końcem roku szkolnego 1897.

A) Nauczyciele przedmiotów obowiązkowych:

1. Maurycy **Maciszewski**, Dr. fil., c. k. dyrektor, czł. kom. hist. Akad. Um. w Krakowie, uczył hist. w kl. VII i prop. fil. w klasie VIII tygodniowo godzin 5
2. Edward **Strutyński**, c. k. profesor gosp. kl. III a, zawiadowca biblioteki nauczycielskiej, uczył języka łacińskiego w kl. III a i V b i greckiego w kl. III a tygodn. godz 17
3. Tomasz **Dydacki**, c k profesor, gosp. kl. Va uczył jęz. łacińskiego w kl. III b i V a i greckiego w kl. V a, tyg. godzin 17
4. Zygmunt **Schneider** c. kl. profesor, zawiadowca gabinetu przyrodniczego, bawił na urlopie dla poratowania zdrowia.
5. Michał **Konstantynowicz** c. k. profesor, gosp. kl. II a, uczył języka łacińskiego w kl. II a i VII, greckiego w kl. Vb, tyg. godz. , . . . 18
6. Adolf **Gawalewicz**, c. k. profesor, zawiadowca zbiorów geograficznych, gosp. kl. IV a, uczył historyi i geografii w kl. I a b, II b, III b, IV a i VI, tygodn. godzin 21
7. Julian **Dobrzański**, c. k. profesor, gosp. kl. IV b, uczył historyi i geografii w kl. II a, IIIa, IV b, Vab i VIII, tyg. godz. 20
8. Ks. Michał **Kuryś**, Dr. teol, c. k. profesor, uczył religii obrz. rzym. kat. w kl. I—VIII tyg. godz. . 16
9. Ks. Eugeniusz **Gromnicki**, c. k. profesor, uczył religii obrz gr. kat. w kl. I—VIII i języka ruskiego w kl. VI, tyg. godz. 18
10. Stanisław **Daniec**, c. k. profesor, gosp. kl. VIII, uczył języka łacińskiego w kl. IVa i VIII i jęz. greckiego w kl. VIII, tygod. godz. . , . 16
11. Konstanty **Dmytrów**, c. k. profesor, gosp. kl. Vb, zawiadowca biblioteki niemieckiej uczniów, uczył języka niemieckiego w kl. Vab, VI, VII i VIII, tygodn. godzin 20

12. Tomasz **Dutkiewicz**, nauczyciel, gosp. kl. VI, uczył języka łacińskiego w kl. VI i języka greckiego w kl. IVb, VI i VII, tygod. godz. . . . 19
13. Józef **Gebhardt**, nauczyciel, uczył języka polskiego w kl. IV b, V ab, VII i VIII i prop. filoz. w kl. VII, tyg. godz. 17
14. Włodzimierz **Lewicki**, nauczyciel, zawiadowca gabinetu fizykalnego, gosp. kl. VII, uczył jęz. ruskiego w kl. II i IV, matematyki w kl. II a, IV b, V a i VII, fizyki w kl. VII., tyg. godz. . . . 20
15. Franciszek **Vogl**, c. k. profesor wyższej szkoły realnej, uczył historyi naturalnej w kl. V a b i VI, tygodn. godz. 6
16. Władysław **Satke**, dyrektor szkoły wydz. żeńskiej, uczył historyi naturalnej w kl. I a b, II a b i III a b, tyg. godz. 12
17. Konrad **Rafałowski**, egz. zast. naucz., uczył matematyki w kl. I a, II b, IV a, V b, VI i VIII, fizyki w kl. VIII, tyg. godz. 21
18. Wincenty **Kubik**, egz. zast. naucz., gosp. kl. III b, uczył języka greckiego w kl. III b i języka polskiego w kl. I b, II a b i III b, tyg. godz. . 17
19. Antoni **Libera**, zast. naucz., gosp. kl. I a, uczył języka łacińskiego w kl. I a i IV b, polskiego w kl. I a, tyg. godz. 17
20. Józef **Erben**, zast. naucz., bawił w drugiem półroczu na urlopie.
21. Antoni **Olberek**, zast. naucz., zawiadowca biblioteki polskiej dla młodzieży, uczył języka łacińskiego w kl. I b, polskiego w kl. III a, IV a, i VI, tyg. godzin 17
22. Włodzimierz **Stępień**, zast. naucz., gosp. kl. I b, uczył języka niemieckiego w kl. I b i II a b, tyg. godzin 16
23. Prokop **Rybczuk**, zast. naucz., zawiadowca biblioteki ruskiej dla młodzieży, gosp. kl. II b, uczył języka łacińskiego w kl. II b, greckiego w kl. IVa i ruskiego w kl. V, VII i VIII, tyg. godz. . 18
24. Hilary **Habiński**, zast. naucz., gosp. kl. III a, uczył języka niemieckiego w kl. I a, III a b i IV a b, tyg. godzin 22
25. Klemens **Hlibowicki**, zast. naucz., uczył jęz. ruskiego w kl. I i III, matematyki w kl. I b, III a i b, fizyki w kl. IV a i b, tyg. godz. . . . 19

Samuel Aron **Taubeles**, Dr. fil., Rabin, uczył religii Mojż. w kl. I—VIII, tyg. godz. . . 12

B). Nauczyciele przedmiotów nadobowiązkowych:

1. Maurycy **Maciszewski**, j. w., uczył historyi kraju rodzinnego w kl. VII, tyg. godz. 2
2. Adolf **Gawalewicz**, j. w., uczył historyi kraju rodzinnego w kl. III b i IV a, tyg. godz. . . . 2
3. Julian **Dobrzański**, j. w., uczył historyi kraju rodzinnego w kl. III a i IV b, tyg. godz. . . . 2
4. Antoni **Gedroyć**, prof. wyższej szkoły realnej, uczył języka francuskiego w trzech oddziałach, tyg. godzin . - 6
5. Edward **Strutyński**, j. w., uczył kaligrafii w dwóch oddziałach, tyg. godzin 2
6. Tomasz **Dutkiewicz**, j. w, uczył rysunków wolnoręcznych w dwóch oddziałach, tyg godz. . . 4
7. Antoni **Libera**, j w., uczył śpiewu w dwóch oddziałach, tyg. godz. 4
8. Stanisław Szytyliński, naczelnik straży pożarnej miejskiej, jako nauczyciel Tow. gimnastycznego „Sokół" uczył gimnastyki w trzech oddziałach, tyg. godzin 6

C) Zmiany w gronie nauczycielskiem w ciągu roku szkolnego 1896/7.

Rozporządzeniem z dnia 26. czerwca 1896 l. 13851. przeniosło Wysokie c. k. Ministerstwo wyz i ośw. c. k. prof. Dr. Jana Ralskiego na własną prośbę do c. k. gimnazyum V. we Lwowie i zamianowało w jego miejsce temże rozporządzeniem p. Włodzimierza Lewickiego, zast. naucz. przy gimnazyum akademickiem we Lwowie, nauczycielem rzeczywistym dla tutejszego zakładu.

Rozp. z dnia 26 sierp. 1896. l. 15929 zamianowała Wysoka c. k. Rada szkolna krajowa p. Klemensa Hlibowickiego, a rozp. z dn. 3 września 1896. l. 13967 przeniosła p. Konrada Rafałowskiego zast. naucz. przy szkole realnej we Lwowie, obydwóch w charakterze zast. naucz., do tutejszego zakładu.

Rozp. z dn. 15 września 1896 l. 21181 do 21185 zatwierdziła Wysoka c. k. Rada szkolna krajowa pp. Stanisława Dańca, Konstantego Dmytrowa, Juliana Dobrzańskiego, ks. Eugeniusza Gromnickiego i ks. Dr. Michała Kurysia w zawodzie nauczycielskim, przyznając im tytuł c. k. profesorów.

Rozp. z dn. 30 września 1896 l. 22748 udzieliła Wysoka c. k. Rada szkolna złożonemu od 9. września chorobą ócz prof. Tomaszowi Dydackiemu urlopu do końca listopada 1896.

Rozp. z dnia 3 listopada 1896. l. 25888 poruczyła Wysoka c. k. Rada szkolna krajowa zastępstwo za chorego prof. Zygmunta Schneidera p. Władysławowi Satkemu, dyrektorowi szkoły wydziałowej żeńskiej i p. Franciszkowi Voglowi c k. profesorowi szkoły realnej.

J. E. Pan Minister wyz. i ośw. rozp. z dnia 15 października 1896 l. 24847 udzielił urlopu z powodu choroby prof. Janowi Hoszowskiemu, a rozp z dnia 9. grudnia 1896 l. 30003 choremu naucz. Józefowi Gebhardtowi, obydwom do końca pierwszego półrocza.

Rozp. z dnia 6 stycznia 1897. l. 31873 udzielił J. E. Pan Minister urlopu na drugie półrocze zast. naucz. p. Józefowi Erbenowi.

Rozp. z dnia 6 stycznia 1897. l. 30911 przeniosła Wysoka c. k. Rada szkolna krajowa zast. naucz. p. Włodzimierza Stępienia z gimn. w Brodach, a rozp. z dnia 3. lutego 1897. l. 2136 zast. naucz. p. Wincentego Kubika z gimn. V. we Lwowie do tutejszego zakładu.

Najwyższem rozp. z dnia 6. lutego 1897. nadał Najjaśniejszy Pan c. k. prof. Michałowi Durze, który osiągnął 70 rok życia, dodatek w kwocie 200 złr, poczem rozp. z dnia 9. lutego 1897 l. 3281 przeniósł go J. E. p. Minister wyz. i ośw. w stały stan spoczynku.

Rozp. z dnia 4. lutego 1897. l. 1856 przeniósł J. E. p. Minister wyz. i ośw. c. k. profesora Jana Hoszowskiego z powodu nieuleczalnej choroby w stały stan spoczynku.

Dnia 9. października 1896 zrezygnował zast. naucz., p. Teodor Kasperski z swej posady, obierając sobie inny zawód.

II.

Plan nauki.

W obec tego, że plan nauki przedmiotów obowiązkowych, określony dokładnie przepisami, nie uległ w ostatnich latach zmianie i został ściśle wykonany, podaje się tylko lekturę łacińską, grecką i niemiecką, jako zmieniającą się corocznie.

Z języka łacińskiego czytano:

W kl. III. C. Neposa (wyd. Kłaka) wszystkie życiorysy prócz Alcybiadesa i Hannibala.

W kl. IV. Caesar: Bell. gall. (wyd. Terlikowskiego) I, 1—29 IV. VI. Ovidii Nasonis (wyd. Bednarskiego): Quattuor aetates, Concilium deorum.
W kl. V. Liv. (wyd. Zingerlego-Majchrowicza) I. z opuszczeniami, XXI. do rozdz. 45., Ovid. Deucalion et Pyrrha, Niobe, Philemon et Baucis, de Phaëtonte, De vita sua, de ultima nocte, Arion, Quo dolo Gabii capti sunt.
W kl. VI. Sallust. (wyd. Ziwsy-Sołtysika) De bello Jugurthino. Vergilii Maronis (wyd. Rzepińskiego) Buc. 1. Georg- Laudes Italiae, Laudes vitae rusticae. Aen. I. II. Cic (wyd. Kornitzera-Sołtysika) In Catil. I.
W kl. VII. Cic. (wyd Nohla-Bednarskiego) Pro Archia, (wyd. Nohla-Sołtysika) De imperio Cn. Pompei, Cato maior. Verg. (wyd. Eich'era) II, VI.
W kl. VIII. Horatii (wyd. Sasa) Carm. I, 1, 3, 10, 12, 14, 20, 22, 24. II. 3, 7, 10, 18. III. 1, 2, 3, 8, 21, 30. IV. 3, 7. Ep. 1, 3, 7, Sat. I. 6, 9. Ep. I. 2, 10. Taciti (wyd. Müllera) Annal. I, II w wyjątkach podług instrukcyi.

Z języka greckiego:

W kl. V. Z Chrestomatyi z pism Xenofonta ułożonej przez Fiderera Anab. 1, 2, 6, 7, 13, 16. Cyrop. 1, 4, 7. — Homera Iliada (wyd. Scheindlera-Sołtysika) I i część III.
W kl. VI. Z Chrestomatyi Xenofonta jak w kl. V. Herkules, O wartości przyjaźni, Obrona Sokratesa. Homera (jak w kl. V.) Iliad. VI, XVI, XVIII, XXII. Herodota (wyd. Holdera) VII.
W kl. VII. Hom. Odys. (wyd. Christa-Jezienickiego) V, VI, IX, X, XI. Demostenesa (wyd. Wotkego-Schmidta) Olynt. I. Philip. III. i O pokoju.
W kl. VIII. Platona (wyd. Christa-Lewickiego, Apologia, Kriton i 4 rozdz. z Fedona. Sofokl. (wyd. Schuberta-Majchrowicza) Antigone.

Z języka niemieckiego:

W kl. VI. Goethego Hermann u. Dorothea.
W kl. VII. Goethego Iphigenie auf Tauris wyd. Freytaga.
Schillera Maria Stuart „ „
Goethego Egmont „ „
W kl. VIII. Goethego Dichtung u. Wahrheit „ „
Schillera Braut von Messina „ „
„ Wallenstein (trylogia) „ „

III. Tematy do wypracowań pisemnych.

a) w języku polskim.

Klasa V. a.

1. Moje wakacye (List do przyjaciela). 2 Pogrzeb Hektora. Opowiadanie podług Hom.* 3. Założenie Rzymu. Opowiadanie podług Liwiusa. 4. Opis dworu szlacheckiego. Opis podług Pana Tadeusza.* 5. Wyobrażenia Egipcyan o życiu pozagrobowem. Na podstawie nauki szkolnej. 6. Streścić pierwszy ustęp zawarty w wypisach polskich z Jerozolimy wyzwolonej Torkwata Tassa.* 7. Walka Litwinów z Krzyżakami. Opis podług Grażyny Ad. Mickiewicza. 8. Na dworcu kolei przed odejściem pociągu. Opis. 9. Kłótnia podług IV. ks. Pana Tadeusza.* 10. Świat zwierzęcy w puszczy i na stepie. Podług H. Sienkiewicza: Puszcza białowieska i Stepy Nebraski. 11. Marnotrawca. Podług satyry Ig. Krasickiego* 12. Ogień jako żywioł pożyteczny i szkodliwy. 13. Papkin w poselstwie u Rejenta*. 14. Mit o Niobie. Podług lektury z jęz. łac.

Klasa V b.

1. Opis stawu tarnopolskiego. 2. Jak wydobył się Odysseus z groty Polyfema? Na podstawie lektury szkolnej*. 3. Losy tułacza. Podług noweli H. Sienkiewicza Latarnik. 4. Opis zamku Horeszków. Podług Pana Tadeusza*. 5. Wojna Rzymian z Albańczykami za Tullusa Hostyliusa. Podług opowiadania Liwiusa. 6. Opis pogrzebu Grażyny.* 7. Wdzięk przyrody kraju rodzinnego, według trzeciej ks. Pana Tadeusza 8. I zima ma swoje przyjemności. 9. Zaścianek Dobrzyńskich. Opis podług Pana Tadeusza. 10. Świat roślinny w puszczy i na stepie (jak w V a). 11 Uprawa roli na wiosnę Opis podług Ziemiaństwa Koźmiana*. 12. Woda jako żywioł pożyteczny i szkodliwy 13. Bohaterska śmierć St. Zółkiewskiego. Podług ustępu J. Szujskiego: Cecora i Chocim*. 14. Czemu przypisać należy upadek Hellenów? Podług nauki historyi.

Klasa VI.

1. Śmierć Stolnika Horeszki. Podług Pana Tadeusza. 2. Na czem polega prawdziwe szczęście? Rozpr. na podstawie ustępu z Reja*. 3. Zalety dobrego dworzanina. Na podstawie ustępów z Reja i Górnickiego. 4. Jakimi wywodami popiera A. F. Modrzewski żądanie jednakowego prawa dla wszystkich*. 5. Proces oddychania i krążenia krwi. 6. Osnowa XIX. trenu Jana Kochanowskiego p. t. „Sen“. 7. Hektor i Achilles. Porównanie na podstawie ustępów czytanych z Iliady. 8. Wykazać na podstawie kazania „O zgodzie domowej“ przymioty Piotra Skargi jako mowcy i

patryoty. 9. Jakie wady wytykają Polakom pisarze polityczni XVI w.? Na podstawie wyjątków zawartych w wypisach polskich*. 10. Żegluga obrazem życia ludzkiego. 11. Przygotowania wojenne Stefana Batorego do wyprawy moskiewskiej przeciw carowi Iwanowi Groźnemu. Według dom. lekt Pamiętników Heidensteina*. 12. Ks. August Kordecki. Charakterystyka na podstawie lekt. dom. Potopu H. Sienkiewicza. 13. St. Konarskiego działalność reformatorska w szkole i w literaturze* 14. „Żale Sarmaty“ Karpińskiego, a „Głos umarłych“ Naruszewicza (zestawienie).

Klasa VII.

1. Staszic i Kołłątaj. Zestawienie pod względem zasług, charakteru i talentu? 2. Charakterystyka Zygmunta Augusta z Barbary Felińskiego*. 3 Uzasadnić podział historyi na średniowieczną i nowożytną. 4. Charakter i znaczenie Wajdeloty w poemacie A Mickiewicza: Konrad Wallenrod*. 5. Znaczenie panowania Cesarza Ferdynanda II dla potęgi monarchii austryackiej. 6. Porównać „Maryę“ Malczewskiego z „Janem Bieleckim“ Słowackiego 7. Na czem polega zawikłanie dramatyczne w Ślubach Panieńskich Al. Fredry*? 8. Walka człowieka z przyrodą. 9. Charakter Wenedów w Lilii Wenedzie Słowackiego*. 10. Jak czci najgodniej naród pamięć wielkich ludzi? Poprzeć przykładami z historyi.

Klasa VIII.

1. Co pędzi ludzi na obczyznę? 2. Charakter Orcia z komedyi Nieboskiej Krasińskiego*. 3. Jaki obraz państwa i narodu rzymskiego kreśli Krasiński w Irydyonie? 4. Główne znamiona literatury polskiej od r. 1830 do 1848*. 5. Reformy Maryi Teresy i ich znaczenie dla Austryi. 6. Wyjaśnić i uzasadnić myśl zawartą w zdaniu Horacego: „Non possidentem multa vocaveris recte beatum“. 7. Stanowisko szlachcica polskiego w społeczeństwie XVI wieku*. 8. Znaczenie odkrycia Ameryki*.

b) Z języka ruskiego.

Klasa V.

Жнива на селї. *Зміст першої пісни Гомерової Іліади. Старинна культура Ассирийцїв и Бавилонцїв*. „Співчуте природи в Слові о полку Ігоревім.“ Дїялність Ромуля і Нуми Помпілїя яко основателїв римскої держави. (На підст. лект. Лївія) *Хід гадок в Москалевій криници Т. Шевченка. Значінє рік для міст і сел. Розвій Риму за часів королївских*.“ Подати зміст легенди: „Богатий Марко.“ Заслуги Перікля коло Атен. *Облога Сагунта і підвернене его

під правлїнє Картаґінців. Обставини полїтичні в Атенах за часів Демостена. *Подати зміст поеми В. Чайченка: „Смерть атамана.“ Пояснити народну пословицю: „Добре роби, то й доброго кінця дожидайся; а як зле зробиш, так зле і буде.“

Klasa VI.

Зима і лїто (Порівн.) Погляд на первий період лїтератури рускої. Які користи і шкоди приносять ріки. Хід гадок в поученію дїтям Володимира Мономаха. Пояснити пословицю: „Правдою цїлий сьвіт перейдеш, а неправдою анї до порога.“ Обсяг власти Октавяна Августа. Отъ борби над Каялою в лїтописи а в „слові о полку Ігоревім“. Житє людске — то подорож. Які причини викликали живітний рух літературний в III. періодї? Великоднї сьвята!

Klasa VII.

Хто працї не боїть ся, той щасливий. Що спричинилось до витвореня богатої устної словесности у Русинів? Значінє устної словесности для пізнаня і зрозуміня народности. Дерево — образ житя людского. Відносини Франциї до Габсбургів в XVI і XVII вв.

Пояснити слова Т. Шевченка: Требаб і на чужих людий подивитись, як там живуть. Висказати, о скілько Котляревский причинив ся до розвитку лїтератури на Українї. Наука окрасою богатого — маєтком убогого. Значінє „Руської Трійцї“ для розвитку лїтератури в Галичинї. Значінє слів Т. Шевченка:

„Ходїмо в селища, там люди;
А там де люди, добре буде,
Там будем жити, людий любить,
Сьвятого Господа хвалить.

Klasa VIII.

„О Боже мій милий!
Хотїлоб ся жить на сьвітї,
Та ба треба вчитись;
Ще з малечку треба вчитись,
Як на сьвітї жити,
А то гірко буде, тай дуже.

Не той убогий, хто мало має, а той, хто богато жадає

Пояснити і правдивости доказати латиньского висказу Горацого: „Quo semel est imbuta recens servabit odorem
Testa diu.“

*Шістьдесяті роки XIX ст. в лїтературі руській в Галичинї.

*Значінє П. Кулїша в русько-українськiй лїтературі *Яких засад радить Гораций придержуватись в житю, щоб оно могло зватись щасливим. *Значінє Марка Вовчка в русько-українськiй лїтературі. *Розбір Шевченкового „Посланя“.

e) w języku niemieckim:

Klasa V a.

1. Gedankengang des Gedichtes „die Glücklichen“ *. 2. Die Lüge. (Erzählung nach der Lectüre). 3. Die Akro-

polis in Athen und ihre Prachtbauten *. (Auf Grund der Lectüre). 4. Das Wasser im Haushalte der Natur. 5. Die Schlacht bei Kunaxa und der Rückzug der Zehntausend. (Nach der Lectüre). 6. Des Lykurgus Einrichtungen * (Nach der Lectüre.) 7. Hektors Tod. (Nach der Lectüre.) 8. Nacherzählung der Schiller'schen Ballade „Die Kraniche des Ibykus". 9. Vaters Heimkehr *. (Eine Erzählung nach dem Polnischen). 10. Die Gewinnung des Kochsalzes und seine Bedeutung im Hauswesen. 11. Hochzeitlied.* (Nach Goethe frei erzählt). 12. Die Sage von der Gründung Roms. (Nach der Schullectüre). 13. Jugenderziehung bei den alten Persern. (Nach Xenophon). 14. Wohnung eines vornehmen Römers *. (Nach dem Gelesenen).

Klasa V b.

1. Androklus und sein Löwe * (Nach der Schullectüre). 2. Weshalb es den Griechen nie in den Sinn kommen konnte, gleich den Aegyptern Pyramiden zu bauen? 3. Über den Nutzen des Holzes. (Nach der Disposition). 4. Woran erkennt man den wahren Freund? (Nach Schillers Bürgschaft). 5, Charakteristik des alten Dieners*. (Nach der Schullectüre). 6. Zauberlehrling. (Nach Goethe frei erzählt). 7. Frucht des Gebetes*. (Eine Erzählung.) 8. Der Frühling. (Eine Schilderung). 9. Vortheile der Eisenbahnen. 10. Der Säemann * (Nach der Schullectüre). 11. Die Sage von der Gründung Roms*. (Nach der Schullectüre). 12. Ein Polesier Bauer (Nach dem Gelesenen). 13. Horatier und Curiatier * (Nach dem Gelesenen). 14. Die Folgen des peloponnesischen Krieges.

Klasa VI.

1. Des Menelaos Abenteuer mit Proteus*. 2. Gedrängte Inhaltsangabe des Gedichtes „der Taucher", 3. Ein gut Gewissen ist ein sanftes Ruhekissen. 4. Welche Vortheile und Nachtheile bringt ein Fluss einer Landschaft. 5. Die Charakteristik des Ritters in der Romanze „der Kampf mit dem Drachen"*. 6. Die Charakteristik des Kaisers Tiberius. 7. Inhalt nnd Idee des Gedichtes „die Theilung der Erde"*. 8. Die Begierde von ihrer edlen und gemeinen Seite. 9. Es ist die Sentenz „studia res secundas ornant" zu begründen. 10. Erlebnisse des alten Thurmhahnes. (Nach Mörike)*. 11. Die Bedeutung der Kreuzzüge (Nach dem Schulunterricht). 12. Durch welche Ränke wusste Reineke seinen Gegnern zu schaden*. 13. Wie ein Sandkörnchen wandelt und wandert. 14. Die letzten Tage Konradins von Hohenstaufen*.

Klasa VII.

1. Wie König Gunther Brunhilde gewann*. 2. Die Folgen der Erfindung der Buchdruckerkunst. 3. Gedankengang

des ersten Monologes in „Iphigenia auf Tauris*“. 4. Gedankengang in Ciceros Rede „Pro Archia poëta“. 5. Die Folgen des dreissigjährigen Krieges. 6. Der Übel grösstes ist die Schuld. 7. Hüons abenteuerliche F·hrt nach Bagdad*. 8. Es ist die Sentenz „Suae quisque fortunae faber“ zu erklären und zu begründen. 9. Maximilian I. als Reorganisator des deutschen Reiches. 10. Sturm auf Priams Burg*.

Klasa VIII.

1. Gedankengang der auf das staatliche Leben sich beziehenden Betrachtungen im „Lied von der Glocke“. 2. Goethes Vaterhaus*. (Nach „Dichtung und Wahrheit“). 3. Worauf beruht die welthistorische Bedeutung des griechischen Volkes? 4. Welche Umstände haben den Übergang vom Mittelalter in die Neuzeit herbeigeführt? 5. Elisabeth und Maria Stuart*. 6. Ursachen des Verfalls der athenischen Staatsverfassung. 7. Es sind die Worte „den Menschen adelt, den tiefgesunkenen das letzte Schicksal“ auf Grund der Schillerschen Tragödie „Maria Stuart“ zu begründen*. 8. Charakteristik des Octavio Piccolomini*.

IV.

Egzamin dojrzałości.

Z języka polskiego na łaciński: *a)* Ustęp 100 z wypisów polskich na klasę II. str. 173: „Pierwsza bitwa Pyrusa z Rzymianami“ od słów: Mieszkańcy Tarentu — do: mnogimi zasypany pociskami; *b)* ustęp 79 z wypisów polskich na II. klasę str. 131: „Aleksander W. i Focyon“ od słów „Aleksander W. stawszy się panem Azyi — do: uczynić rozkazał.

Z języka łacińskiego na polski: *a)* Cic. de officiis b. III. c. 1 §: 1—3. *b)* Taciti Agric. c. 37, 38.

Z języka greckiego: *a)* Plat Ion. c. IV. *b)* Demosth. *Περὶ τῶν ἐν Χεῤῥονήσῳ* §. 13—17 (inclus).

Z języka polskiego: *a)* Związek poezyi polskiej z życiem politycznem narodu w XIX w.

Motto: Płomień rozgryzie malowane dzieje,
Skarby mieczowi rozkradną złodzieje,
Pieśń ujdzie cało...

b) Jakie zadanie cywilizacyjne w ciągu swego dziejowego istnienia spełniała Polska na wschodzie Europy?

Z języka ruskiego: Значіне і вплив Т. Шевченка і М. Шашкевича на розвій руско-україньскої літератури.

Z języka niemieckiego: *a)* Grundzüge des altrömischen Charakters und ihre Entartung in den letzten Zeiten der Republik. *b)* Die Bedeutung der Schlacht bei Grunwald für das Königreich Polen.

Z matematyki: *a)* 1). $5 \log (x-1) = \log (x+1) + \log (x\ 5) + 2 \log (x-1)$

2. Ile waży prosty kloc stożkowy z żelaza lanego (c. g. = 7.21) o wysokości bocznej = 24 cm., kąt zaś zawarty między tąż wysokością a promieniem podstawy dolnej wynosi 60^0; wysokość ostrosłupa nieściętego wynosiła 60 cm.

3. Ile wyrazów szeregu geometrycznego $1+2+4+8+\ldots$ tworzy sumę 1023.?

b) 1. $\sqrt[x+1]{a^3} : \sqrt[y+2]{a} = \sqrt[4]{a^{27}}$

$\sqrt[x+1]{a^7} \cdot \sqrt[y-5]{a} = a^2 \sqrt[4]{a^3}$

2. Ktoś zapisał swój majątek z warunkiem, aby spadkobiercy wypłacali jego wiernemu słudze przy końcu każdego roku po 200 złr. przez 10 lat. Jaką kwotą mogą spadkobiercy spłacić naraz to zobawiązanie, jeżeli się policzy procent składany 5%?

3. Obliczyć *F* i *V* czworościanu, którego ściana jest wielobokiem wpisanym w koło, dane równaniem $x^2+y^2=6x+8y-12{\cdot}75$.

V.

Fundusz na wsparcie biednych uczniów.

Dochód:

Pozostało z r. szkolnego 1895/6 . .	51	zł.	$56\frac{1}{2}$	ct.
Złożono do puszek przy wpisach i po egzortach	68	„	87	„
Procent od żelaznego kapitału . .	20	„	45	„
Zasiłek Wydz. tarnop. Kasy Oszczędności	100	„	—	„
Zasiłek kasy miasta Tarnopola . .	10	„	—	„
Razem .	250	zł.	$88\frac{1}{2}$	ct.

Rozchód:

Na mundurki dla biednych uczniów .	180	zł.	60	ct.
Na zapomogi drobniejszemi kwotami .	68	„	67	„
Razem .	249	zł.	27	ct.

Zestawienie:

Dochód . .	250	zł.	$88\frac{1}{2}$	ct.
Rozchód . .	249	„	27	„
Pozostało na r. szk. 1897/8	1	zł.	$61\frac{1}{2}$	ct.

Żelazny kapitał złożony w tarnopolskiej Kasie Oszczędności wynosi 500 zł.

VI.
Ważniejsze rozporządzenia władz szkolnych.

Rozp. z dn. 27. lipca 1896 l. 13294 zezwolił J. E. p. Minister w. i o. na wstawienie do budżetu państwa na rok 1897 na zakupno dalszych 50 ławek nowszej konstrukcyi 400 zł.

Rozp. z dn. 20. września 1896 l. 23187 zezwolił J. E. p. Minister w. i o. komisyom egzaminacyjnym przy egzaminach dojrzałości udzielać pozwolenia poprawienia egzaminu po feryach z jednego przedmiotu tym abituryentom, którzy klasę dobrowolnie powtarzali, lub w innych przedmiotach dobre przygotowanie okazali.

Rozp. z dn. 29. września 1896 l. 23142 zezwoliła Wysoka c. k. Rada szkolna krajowa na urządzenie uroczystego obchodu 300. rocznicy Unii Brzeskiej.

Rozp. z dn. 3. listopada 1896 l. 26365 zawiadomiła Wysoka c. k. Rada szk. kraj. Dyrekcyą, że Przewielebny Konsystorz gr. kat. zamianował ks. Seweryna Nawrockiego, proboszcza gr. kat. w Szlachcińcach, komisarzom konsystoryalnym do nadzoru religii gr. kat.

Rozp. z dnia 6. stycznia 1897 l. 25728/96 przyznał J. E. p. Minister w. i o. pewne ulgi przy egzaminie pisemnym dorzjałości tym abituryentom, którzy z powodu rzeczywistej przeszkody rozpoczętego w terminie letnim egzaminu dojrzałości w tym terminie dokończyć nie mogli, a w terminie jesiennym z powodu niedostatecznego postępu w j e d n y m przedmiocie zostali na rok reprobowani.

Rozp. z dnia 2. stycznia 1897 l. 31152 poleciło Wysokie c. k. Ministeryum w. i o., by przy egzaminie wstępnym do pierwszej klasy zadawano uczniom z języka wykładowego oprócz dyktatu rozbiór gramatyczny jednego zdania pojedyńczego z kilkoma określeniami jako wypracowanie pisemne.

Rozp. z dnia 30. grudnia 1896 l. 26362 zezwolił J. E. p. Minister w. i o. aby zamiast rozprawy naukowej w sprawozdaniu Dyrekcyi ogłoszono katalog biblioteki nauczycielskiej i aby kilka zakładów tworzyło związek biblioteczny, celem wymiany kosztowniejszych dzieł i czasopism.

VII.
Kronika zakładu.

Rok szkolny 1897 rozpoczął się dnia 3. września 1896 uroczystem nabożeństwem w kaplicy OO. Jezuitów i cerkwi gr. kat. parafialnej. Był on nadzwyczaj ciężkim dla zakładu z powodu obłożnych i długotrwających chorób kilku pro-

fesorów, których lekcye musieli inni członkowie grona obejmować. Zaraz na początku roku szkolnego zaniemógł prof. Jan Hoszowski, a gdy po upływie półrocza okazało się, że choroba jest nieuleczalną, został w drugiem półroczu przeniesiony w stały stan spoczynku; następnie chorował prof. Tomasz Dydacki od 9. września do 28. paźdz.; dnia 7. października 1896 zapadł na zdrowiu prof. Zygmunt Schneider i nie powrócił już do końca roku szkolnego; 8. listopada zachorował prof. Józef Gebhardt, a niemoc trwała do końca pierwszego półrocza, wreszcie 29. maja uległ ciężkiemu zapaleniu płuc dyrektor i objął urzędowanie dopiero 28. czerwca. Oprócz tego chorowało króciej kilku innych członków grona nauczycielskiego.

Egzamina wstępne do pierwszej klasy odbyły się dnia 15 i 16 lipca i 1 i 2 września 1896. Do egzaminu przystąpiło 120 uczniów szkół publicznych i 32 prywatystów, razem 152; przyjęto do zakładu 98 uczniów szkół publicznych i 19 prywatystów, razem 117; reprobowane 22 uczniów szkół publicznych i 13 prywatystów, razem 35. Egzamin wstępny do kl. II —VIII. składało w ciągu roku 24 uczniów; złożyło egzamin 14, przyjęto do niższej klasy 4, reprobowano całkiem 6.

Na początku roku zapisało się do zakładu 601 uczniów publicznych; podzielono ich na 13 oddziałów, otwierając klasy równorzędne od I. do V., nie uniknioną jednak przepełnienia klas, szczególniej Ia, Ib i VI., w których liczba uczniów znacznie przekraczała przepisane maximum, nie można było jednak otworzyć więcej oddziałów z powodu braku nauczycieli i stosownego pomieszczenia.

Dzień 4. października jako dzień imienin Najjaśniejszego Pana i dzień 19. listopada, jako dzień imienin Najjaśniejszej Pani obchodził zakład uroczystem nabożeństwem w kaplicy i cerkwi gr. kat.

Dnia 9. października 1896 obchodził zakład uroczyście trzechsetną rocznicę zawarcia Unii brzeskiej. Po stosownych naukach, wypowiedzianych przez księży katechetów, udała się młodzież obu obrządków katolickich do cerkwi nad stawem, gdzie wysłuchała Mszy św., odprawionych według obydwóch obrządków katolickich.

Dnia 2. grudnia 1896 uczciła młodzież pamięć Adama Mickiewicza wieczorkiem, składającym się z zagajenia przez naucz. p. Ant. Olberka, produkcyi wokalnej i muzykalnej i przedstawienia Konrada Wallenroda. Taki sam wieczorek zagajony przez naucz. p. Włodz. Lewickiego, a składający się z odczytu wypowiedzianego przez ucznia kl. VIII. i produkcyi wokalnej i muzykalnej odbył się dnia 24. marca ku uczczeniu Tarasa Szewczenki.

Dnia 7. grudnia udzielił bawiący w mieście ks. biskup Józef Weber św. Sakramentu Bierzmowania 150 uczniom.

Dnia 4. grudnia rozpoczął c. k. Inspektor p. Jan Lewicki hospitacyę zakładu, którą zakończył 14 grudnia 1896 konferencyą z gronem nauczycielskiem.

Pierwsze półrocze zakończono dnia 30. stycznia, drugie rozpoczęto 3. lutego 1897.

Dnia 4. maja i 28. czerwca 1897 odprawiono nabożeństwo żałobne w kaplicy i cerkwi za spokój duszy cesarzowej Maryi Anny i cesarza Ferdynanda, jako w rocznicę ich śmierci.

Pisemny egzamin dojrzałości odbył się w dniach 10. do 15. maja; ustny pod przewodnictwem c. k. Inspektora p. Jana Lewickiego dnia 30. czerwca do 7. lipca; świadectwa rozdano abituryentom w sposób uroczysty 8 lipca 1897.

W roku szkolnym 1897 przystępowała młodzież chrześciańska trzy razy do św. Sakramentów Pokuty i Ołtarza: dnia 21. października 1896, 12. kwietnia i 9. lipca 1897.

VIII.

Fizyczny rozwój młodzieży.

Stan zdrowia młodzieży był w tutejszym zakładzie w r. szkolnym 1896/7 dobry, pomimo że w mieście panowała epidemicznie ospa i szkarlatyna. Żaden uczeń nie zapadł na te choroby, częstsze natomiast były wypadki zasłabnięcia na influencę, która jednak miała przebieg łagodny. Wypadków śmierci nie było.

W bursie nauczycielskiej znalazło umieszczenie, utrzymanie i nadzór 48, w bursie ruskiej 39 uczniów gimnazyalnych, zatem w obydwóch 14·2% ogólnej liczby uczniów.

Z nauki gimnastyki korzystało w pierwszem półroczu 193, na końcu drugiego półrocza 172 uczniów. Towarzystwo łyżwiarskie, podobnie jak w latach poprzednich, ułatwiło młodzieży korzystanie z toru przez obniżenie ceny wstępu. Korzystało z tego kilkudziesięciu uczniów, większa część jednak urządzała sobie ślizgawkę na stawie, co mała ilość śniegu tej zimy znacznie ułatwiała.

Ponieważ w tym roku urządził i oddał do użytku młodzieży plac trzechmorgowy obok publicznego parku Świetny Magistrat, za co Mu tutaj Dyrekcya wyraża podziękowanie, przeto zabawy na wolnem powietrzu pod kie-

runkiem nauczycieli odbywały się od początku maja we wtorki, czwartki i soboty, o ile pogoda sprzyjała. Wspólną wycieczkę urądzono 24 czerwca do Berezowicy. Natomiast z powodu szczupłości dziedzińca szkolnego nie urządzano zabaw w czasie pauz, młodzież jednak korzystała swobodnie z przyrządów gimnastycznych, ustawionych na dziedzińcu i z przechadzki po placu przed dawnym konwiktem OO. Jezuitów.

IX.
Wzrost zbiorów naukowych
w r. szk. 1896/7.

1. *a) Biblioteka nauczycieli.*

Biblioteka nauczycieli powiększyła się w br. o 150 dzieł w 318 tomach i 214 programów szkół średnich; liczy zatem obecnie 2770 dzieł w 7152 tomach i 4233 programów.

b) Biblioteka dla młodzieży.

a) Biblioteka polska powiększyła się o 40 dzieł w 59 tomach, liczy przeto 759 dzieł w 1195 tomach.
b) Biblioteka ruska liczy 437 dzieł w 453 tomach, w r. b. zakupiono 17 dzieł.
c) Biblioteka niemiecka liczy 563 dzieł w 669 tomach, w r. b. zakupiono 9 dzieł.

2. *Zbiór map i przyrządów naukowych do historyi powszechnej i geografii* liczy obecnie 65 map historycznych, 82 map geograficznych, 9 reliefów, 3 globusów, 1 tellurynu, 25 obrazów hist Langla, 46 obrazów geogr. Lehmanna i 9 innych W r. b. zakupiono 6 map i 10 obrazów.

3. *Gabinet fizyczny* posiada obecnie przyrządów do okazania ogólnych własności ciał 13, do mechaniki 46, do hydromechaniki 25. do aeromechaniki 21, do akustyki 24, do nauki o cieple 27, do optyki 50, do nauki elektryczności 78, do chemii 20. — Do nauki geometryi: modeli drewnianych 24, kątomierzy 2, cyrkli 12.

4. *Gabinet historyi naturalnej* posiada minerałów i skał 663, zielnika fasc. 28, innych okazów botanicznych 33, okazów zwierząt 269, szkieletów i kości 22, preparatów mikroskopowych 48, modeli (zool. 20, bot. 121, min. 234), 375, atlasów 13, tablic 232, ram i gablotek 21, mikroskop 1.

XI. STATYSTYKA ZAKŁADU.

Liczby po prawej stronie w górze umieszczone oznaczają uczniów prywatnych

	W klasie I. a	I. b	II. a	II. b	III. a	III. b	IV. a	IV. b	V. a	V. b	VI.	VII.	VIII.	Razem
1. Liczba uczniów.														
Z końcem roku 1896 było	43	44	42^{2}	41^{1}	44^{1}	45^{1}	51^{2}	—	25	27^{1}	52	34	32	480^{8}
Z początkiem roku 1897 przyjęto	71^{1}	69^{1}	45^{1}	45	46^{1}	45^{1}	40^{1}	42^{1}	29	31	53^{1}	48	37	601^{8}
W ciągu roku przybyło	2	3	1	—	1	—	1	—	—	1	1		0^{1}	10^{1}
Wogóle przyjęto do zakładu	73^{1}	72^{1}	46^{1}	45	47^{1}	45^{1}	41^{1}	42^{1}	29	32	54^{1}	48	37^{1}	611^{9}
1. na podstawie egzaminu wstępnego	63^{1}	68^{1}	6	1	2	2	1	1	—	—	—	—	0^{1}	144^{3}
2. z innych zakładów, a to:														
a) z promocyą do wyższej klasy	—	—	3^{1}	4	2	3	2	—	1	1	1	1	—	18^{1}
b) repetentów	—	—	1	—	1	1	—	—	1	—	—	—	2	6
3. z tutejszego zakładu, a to:														
a) z promocyą do wyższej klasy	—	—	33	37	38^{1}	35^{1}	38^{1}	41^{1}	27	28	49^{1}	44	31	401^{5}
b) repetentów	10	4	3	3	4	4	—	—	—	3	4	3	4	42
W ciągu roku opuściło zakład	12	9	2	5	3	2	5	4	2	2	3	2	2	53
Liczba uczniów z końcem roku szkol.	61	63	44	40	44	43	36	38	27	30	51	46	35	558^{9}
Z tych:														
uczęszczało publicznie	61	63	44	40	44	43	36	38	27	30	51	46	35	558
uczyło się prywatnie	1	1	1	—	1	1	1	1	—		1	—	1	9
2. Według miejsca urodzenia było:														
Z Galicyi	60	62	44	38	42	43	35	37	27	30	51	45	34	548
Z Bukowiny	—	—	—	—	1	—	—	1	—	—	—	—	1	3
Z Morawy	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	1
Z Rumunii	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1
Z Rosyi	1	1	—	1	—	—	1	—	—	—	—	1	—	5
3. Według języka ojczystego było														
Mówiących po polsku	44	50	36	18	37	23	23	26	20	25	31	32	28	393
„ „ rusku	17	13	8	22	7	20	13	12	7	5	20	14	7	165
4. Według wyznania religijnego było:														
Wyznania rzym. kat.	23	27	26	7	23	8	10	12	12	10	17	19	8	202
„ gr. kat.	19	18	8	21	7	20	15	13	7	6	20	14	7	175
„ mojżeszowego	19	18	10	12	14	15	11	13	8	14	14	13	20	181
5. Wiek uczniów publ.:														
11 lat miało	18	14	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	35
12 „ „	13	12	10	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	38
13 „ „	12	17	14	9	13	6	7	7	—	—	—	—	—	85
14 „ „	10	19	12	8	12	10	8	12	5	4	—	—	—	100
15 „ „	8	1	2	8	8	16	8	8	6	11	5	—	—	81
16 „ „	—	—	3	11	7	4	9	2	5	6	11	8	—	66
17 „ „	—	—	—	—	2	5	3	6	8	3	15	11	10	63
18 „ „	—	—	—	1	1	2	—	2	2	3	10	13	10	44
19 „ „	—	—	—	—	1	—	1	1	1	2	7	7	6	26
20 „ „	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	2	5	5	13
21 „ „	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	2	2	5
22 „ „	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2
6. Według miejsca pobytu rodziców:														
Miejscowych	32	23	16	18	20	9	19	15	9	12	23	20	15	231
Zamiejscowych	29	40	28	22	24	34	17	23	18	18	28	26	20	327
7. Klasyfikacya:														
Stopień celujący otrzymało	2	4	11^{1}	7	3	4	4	6	2	4	5	4	5	61^{1}
„ pierwszy „	37^{1}	36^{1}	24	23	26^{1}	26^{1}	17	18^{1}	14	18	35^{1}	32	29^{1}	335^{7}
Do egzaminu poprawczego przeznaczono:	11	11	6	3	7	7	10	4	9	4	9	4	1	86
													Razem	482^{8}

	W klasie													
	I.		II.		III.		IV.		V.		VI.	VII.	VIII.	Razem
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b				
Z przeniesienia														482^8
Stopień drugi otrzymało	6	5	2	6	6	5	5^1	6	1	4	1	5	—	52^1
„ trzeci „	5	7	1	1	2	1	—	4	1	—	1	1	—	24
														558^9

8. Opłata szkolna:

	I. a	I. b	II. a	II. b	III. a	III. b	IV. a	IV. b	V. a	V. b	VI.	VII.	VIII.	Razem
a) opłatę całą złożyło														
w 1. półroczu	39	31	11	5	13	14	4	4	4	8	7	11	13	164
w 2. półroczu	16	14	8	16	22	11	14	16	7	13	8	14	13	172
b) Od opłaty szk. było uwolnionych:														
w 1. półroczu	27	30	34	39	33	31	34	38	25	23	45	35	24	418
w 2. półroczu	49	50	36	25	22	32	22	25	20	18	14	32	22	397
Opłata szkolna wynosiła:														
1. wpierwszem półroczu od uczniów publicznych złr.	780	620	220	100	260	280	80	80	80	160	140	220	260	3280 złr.
Od prywatystów za 2. półr. r. szk. 1896	—	—	40	20	20	20	20	40	—	—	—	—	—	160 „
w 2. półr. od uczniów publ. złr.	320	280	160	320	440	220	280	320	140	260	160	280	260	3440 „
Od prywatystów za 1 półr. r. szk. 1897	20	20	20	—	20	20	20	20	—	—	20	—	—	160 „
„ „ „ 2. „ „ „ 1897	20	20	20	—	20	20	20	20	—	—	20	—	20	180 „
Taksy wstępne wynosiły złr.	138·60	136·50	21·00	10·50	8·40	12·60	6·30	—	10·50	12·60	4·20	4·20	6·30	371·70 „
Datki na środki naukowe złr.	73	72	46	45	47	45	41	42	29	32	54	48	37	611·00 „
Taksy za duplikaty świadectw złr.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	15 „
Datki na fundusz zabawowy złr.	26·50	25·50	13·00	10·00	16·50	10·00	12·00	15·50	8·50	14·00	18·00	15·50	6·00	191·00 „

9. Frekwencya na naukę przedmiotów względnie obowiązkowych i nadobowiązkowych.

	I. a	I. b	II. a	II. b	III. a	III. b	IV. a	IV. b	V. a	V. b	VI.	VII.	VIII.	Razem
Na naukę języka ruskiego uczęszczało	35	25	8	23	8	22	17	14	7	6	21	14	7	207
„ „ „ francuskiego	—	—	1	3	3	4	7	7	1	1	4	—	—	31
Na naukę historyi kraju rodzinnego	—	—	—	—	44	43	36	38	—	—	—	46	—	207
„ „ gimnastyki	24	28	16	20	17	9	10	16	5	9	9	9	—	172
„ „ śpiewu	19	9	5	17	6	7	4	10	5	2	3	2	—	89
„ „ rysunków	8	3	8	2	3	—	6	5	—	1	10	1	—	47
„ „ kaligrafii	31	17	18	11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	77

10. Stypendya:

	I. a	I. b	II. a	II. b	III. a	III. b	IV. a	IV. b	V. a	V. b	VI.	VII.	VIII.	Razem
Liczba stypendystów	—	—	—	1	1	—	1	—	—	—	3	1	1	8
Ogólna kwota stypendyów złr.	—	—	—	60	180	—	50	—	—	—	425.50	157.50	210	1083 złr.

	W klasie													
	I.		II.		III.		IV.	V.		VI.		VII.	VIII.	Razem
	a	b	a	b	a	b		a	b	a	b			
Uzupełnienie klasyfikacyi za rok szkolny 1896.														
Do egzaminu poprawczego i uzupełniającego przypuszczono	5	9	5	7	6	4	3	1	4	4	5	6	4	63
Egzamin popr. lub uzupełniający złożyło	4	9	4	6	5	3	3	1	4	4	5	6	4	58
Egzaminu nie złożyło	1	—	1	1	1	1	—	—	—	—	—	—	—	5
Ostateczny wynik klasyfikacyi za rok szkolny 1896.														
Otrzymało stopień celujący	6	6	4	6^1	3^1	5	5^1	4	2	2	2	6	5	56^3
„ „ pierwszy	28	33	35^2	30	33	38^1	45^1	20	23^1	21	23	21	17	380^5
„ „ drugi	6	4	2	5	6	1	—	1	2	3	1	4	—	35
„ „ trzeci	3	1	1	—	2	1	1	—	—	—	—	—	—	9
														480^8

XII.

Klasyfikacya uczniów za 2 półrocze 1997.

(Oznaczeui wydatniejszym drukiem otrzymali stopień celujący).

KLASA I. a.

Bajrak Mikołaj
Bauer Jan
Beigel Józef
Bekiesiewicz Paweł
Bełdowski Leopold
Cegielski Eugeniusz
Chmurowicz Zygmunt
Chomrański Eugeniusz
Ćwiąkalski Seweryn
Dawosyr Piotr
Dąbczewski Zenobiusz
Gajewski Tadeusz
Fischer Gustaw
Gingold Jakób
Hankiewicz Eugen.
Harband Eliasz
Hirschhorn Henryk
Hulewicz Bolesław
Ircha Michał
Iwaśkiewicz Dymitr
Jaryczower Hirsch
Kapusta Mikołaj
Kisielewski Jan
Kohn Kalman
Landau Marcin
Lewitter Menachem
Łopuszański Mieczysław
Maciszewski Bolesław
Marossanyj Kazim.
Mesuta Henryk
Owczar Jan
Rapaport Jakób
Rosenstock Emil
Skomorowski Leonc.
Słowikowski Wiktor
Snowicki Augustyn
Strutyński Tadeusz
Zubrzycki Włodzim.

11 uczniów przeznaczono de egzaminu pzprawczego z jednego przedmiotu po feryach, 6 otrzymało stopień drugi, 5 stopień trzeci.

KLASA I. b.

Atlas Zygmunt
Barabasz Jan
Bielecki Antoni
Buczkowski Jan
Chmaj Adam
Czajkowski Edward
Derewianka Józef
Dumka Grzegórz
Garwoliński Aleks.
Gehlbard Jakób
Gelber Abraham
Goldapper Salomon
Harasiewicz Michał
Jampoler Saul
Juźwiak Mikołaj
Karczewski Janusz
Kaznowski Wilhelm
Kicyła Józef
Krasnopera Włodz
Leiblinger Maurycy
Markus Jakób
Mężyński Kazimierz
Mochnacki Teodor
Mołczanowski Kasper
Nelken Benedykt
Ohli Maryan
Panas Maryan
Paporisch Maks
Rogoszewski Jan
Schmer Chaim
Seńkowski Dymitr
Spittal Eugeniusz
Stesłowicz Mikołaj
Stesłowicz Wiktor
Szust Łukasz
Tartykower Leon
Thaler Maurycy
Wacyk Eugeniusz
Weinsaft Salomon
Witoszyński Miron

11 uczniów przeznaczono do egzaminu poprawczego z jednego przedmiotu po feryach, 5 otrzymało stopień drugi, 7 stopień trzeci.

KLASA II. a.

Baley Stefan
Brykowicz Stefan
Cieśla Stefan
Czarnecki Józef
Derkacz Antoni
Dubiner Jachiel.
Eckhardt Stanisław
Fränkel Nechemie
Hajdukiewicz Eug.
Hawrylinka Seweryn
Kania Józef
Kobierski Roman

Königsberg Aleks.
Konkiewicz Henryk
Kuzyk Szymon
Kwiatkowski Roman
Landau Hermann
Laskowski Alfons
Lewicki Jan
Miączyński Michał
Nussbaum Mojżesz
Olchówka Józef
Parnas Salomon
Paszkowski Józef
Petry Stanisław
Piotrowski Jan
Pużak Kazimierz
Puszczyński Edmund
Rasławski Kazimierz
Rudnicki Stanisław
Samiec Mikołaj
Schneider Zygmunt
Skarbowski Kazim
Skórski Stanisław
Strutyński Włodzim.

6 uczniów przeznaczono do egzaminu poprawczego z jednego przedmiotu po feryach, 2 otrzymało stopień drugi, 1 stopień trzeci.

KLASA II. b.

Auerbach Majer
Belemer Jakób
Buczak Aleksander
Derewianka Jan
Dobrzański Piotr
Feldhorn Ozyasz
Haluszczyński Mikołaj
Hładki Bazyli
Hrycaj Józef
Hrycak Maryan
Kitaj Mojżesz
Korduba Stefan
Kosowicz Jan
Kowal Bazyli
Krajewski Michał
Löwensohn Leon
Łotowicz Antoni
Makohon Dymitr
Michalczuk Dyonizy
Nussbrecher Józef
Ogrodnik Metody
Presser Jakób
Rohoziński Walery
Sabatiuk Teodozy
Schorr Ludwik
Sodomora Antoni
Stećko Szymon
Stain Schlojm
Tymczak Paweł
Wasylków Grzegórz

3 uczniów przeznaczono do egzaminu poprawczego z jednego przedmiotu po feryach, 6 otrzymało stopień drugi, 1 stopień trzeci.

KLASA III. a.

Barys Jan
Brauner Zygmunt
Buchmann Mendel
Czajkowski Stanisław
Derżyruka Włodzim.
Dworzański Aleks.
Dziubaty Piotr
Feldhorn Berl
Geldbard Karol
Hawrylinka Jan
Jastrzębski Karol
Kofler Seinwel
Kwiatkowski Piotr
Lang Medard
Langner Izak
Lisowski Michał
Lubieniec Włodzim.
Maciszewski Feliks
Pichurski Rudolf
Podgórski Nikodem
Rossowski Edmund
Rudkowski Wład.
Sauberberg Jakób
Schalit Joachim
Sommerstein Alfred
Trzcieniecki Janusz
Turczyn Łukasz
Werber Leopold
Zderkowski Włodz.

7 uczniów przeznaczono do egzaminu poprawczego z jednego przedmiotu po feryach, 6 otrzymało stopień drugi, 2 stopień trzeci.

KLASA III b.

Bäckermann Chaim
Bieler Majer
Braunstein Izydor
Chabura Józef
Dąbczewski Cypryan
Derkacz Jarosław
Eichenkatz Wilhelm
Finik Jan
Fischer Mojżesz
Ginsberg Dawid
Hartmann Leon
Hubczak Michał
Jaworski Jan
Kekisz Jarosław
Lewicki Bazyli
Libergall Lazar
Majewski Jan
Niedźwiński Roman
Praczyński Aleks.
Roth Jakób
Rutka Gustaw
Schapira Izak
Skulski Stanisław
Sobków Michał

Stadnyk Mikołaj
Stöckl Artur
Szarawarków Michał
Werber Friedel
Witoszyński Julian
Zimmring Abraham

7 uczniów przeznaczono do egzaminu poprawczego z jednego przedmiotu po feryach, 5 orzymało stopień drugi, 1 stopień trzeci.

KLASA IV. a.

Baras Sender
Bojcun Aleksander
Bojko Andrzej
Brykowicz Michał
Citron Dawid
Friedmann Juda
Hałuszczyński Jan
Kowalewski Stanisław
Kurbas Roman
Lewicki Feliks
Lina Chaim
Müller Abraham
Myszka Michał
Nawrocki Eustachy
Nussbaum Eisig
Prydatkiewicz Jan
Sass Abraham
Szymański Marceli
Semków Włodzim.
Waligórski Wład.
Werber Stanisław

10 uczniów przeznaczono do egaminu poprawczego z jednego prredmiotu po feryach, 5 otrzymało stopień drugi.

KLASA IV. b

Biliński Bronisław
Biliński Józef
Bułkowski Ksawery
Cichocki Bolesław
Engel Berl
Hołowka Grzegórz
Iwańczuk Mikołaj
Jersawitz Leon
Korngrün Filip
Krotki Bronisław
Limbach Rudolf
Łotowicz Włodzim.
Messing Jakób
Młynarski Modest
Niedźwiński Wład.
Pasieka Jan
Paszuk Onufry
Peller Ozyasz
Rathhauser Izydor
Schönfeld Sender
Sobol Maryan
Spanier Józef
Weissnicht Eliasz
Wowkonowicz Jan

4 uczniów przeznaczono do egzaminu poprawczego z jednego przedmiotu po feryach, 6 otrzymało stopień drugi, 4 stopień trzeci.

KLASA V. a.

Eichenkatz Filip
Fränkel Jakób
Garapich Paweł
Gołębiowskl Józef
Horak Juliusz
Kruszelnicki Włodz.
Lam Longin
Łopuszański Stan.
Łukasiewicz Prokop
Miączyński Paweł
Rappaport Sendor
Rogoziński Mikołaj
Stesłowicz Aleks.
Tereszczuk Jan
Werber Izaak
Witriol Abraham

9 uczniów przeznaczono do egzaminu poprawczego z jednego przedmiotu po feryach, 1 otrzymał stopień drugi, 1 stopień trzeci.

KLASA V. b.

Borzemski Gabryel
Brykowicz Hilary
Brykowicz Włodz.
Erbsen Mojżesz
Grossmann Marek
Hauslinger Abraham
Kilarski Albin
Kwiatkowski Stan.
Landau Wilhelm
Maciszewski Stan.
Migocki Dymitr
Moroz Piotr
Olexyncer Baruch
Pomeranz Jakób
Pordes Mojżesz
Praczyński Stefan
Rendelstein Joel
Rohoziński Stan.
Schorr Jakób
Silber Natan
Tychowski Włodz.

4 uczniów przeznaczono do egzaminu poprawczego z jednego przedmiotu po feryach, 4 otrzymało stopień drugi.

KLASA VI.

Balicki Franciszek
Balltuch Jakób
Barski Eustachy
Bezkorowajny Bazyli
Bilak Jan
Brykowicz Włodz.
Bugno Alfred
Czayka Adam
Cześnikowski Izydor
Dobrowolski Roman
Fedyszyn Stefan
Feller Maciej
Fischer Wilhelm
Gładyszowski Antoni
Głodziński Paweł
Grabowski Ignacy
Hałuszczyński Tytus
Hawryszczak Andrzej
Herasimowicz Wit.
Horitza Antoni
Horowitz Maks
Hrabar Stefan
Juzwa Alojry
Kossowski Stanisław
Krett Eustachy
Lang Maryan
Łesyk Bazyli
Malicki Aleksander
Maryasz Grzegórz
Michałowski Stan.
Milaszewski Stan.
Pastuszeńko Emil
Radelli Ignacy
Ratzenstein Aleks.
Reitmann Józef
Rubel Leisor
Salztigel Nntan
Tunes Wolf
Waldmann Izrael
Żłobicki Władysław

9 uczniów przeznaczono do egzaminu poprawczego z jednego przedmiotu po feryach, 1 otrzymał stopień drugi, 1 stopień trzeci.

KLASA VII.

Bajewski Zygmunt
Bieler Izak
Blatt Maks
Bobowski Karol
Chirowski Bazyli
Garapich Kazimierz
Gawański Leon
Goedrich Ludwik
Gutkowski Leon
Hawryluk Szymon
Hirschhorn Eliasz
Hirschhorn Wolf
Hryniewiecki Eug.
Jankowski Jan
Kamiński Jan
Krwawicz Włodz.
Laskowski Miecz.
Łucyk Leon
Martyniuk Józef
Menkes Izak
Mielnik Mikołaj
Mieses Eliasz
Nagler Abraham
Nussbaum Natan
Onuferko Grzegórz
Prymak Teodor
Rutkowski Stan.
Ryś Leon
Schapira Bernard
Sroński Roman
Soczyński Juliusz
Soroka Jan
Srokowski Bolesław
Szwajkowski Zdzisław
Waligórski Józef
Zawadzki Konstanty

4 uczniów przeznaczono do egzaminu poprawczego z jednego przedmiotu po feryach, 5 otrzymsło stopień drugi, 1 stopień trzeci.

KLASA VIII.

Berger Berl
Borzemski Edward
Budka Nicetas
Eckhardt Czesław
Felber Abraham
Feuerstein Jakób
Flam Abraham
Franzos Wilhelm
Gross Daniel
Grossmann Henryk
Hałuszczyński Michał
Hibner Samuel
Juffe Jakób
Klinger Ozyasz
Krupa Józef
Lutfak Elio
Melzer Izak
Michałowski Emil
Plahner Samuel
Pohoryles Henryk
Poniatyszyn Piotr
Rejtarowski Wiktor
Saphir Joachim
Schalit Dawid
Schwerdfinger Abrah.
Sobelsohn Julian
Szczyrski Józef
Tennenbaum Sam.
Tereszczuk Bazyli
Topolnicki Jan
Widawski Kazimierz
Widrak Meliton
Wowkonowicz Aug.
Zbrożek Dominik.

1 ucznia przeznaczono do egzaminu poprawczego z jeduego przedmiotu po feryach.

Wynik egzaminu dojrzałości.

Z odznaczeniem złożyli egzamin:

Flam Abraham
Grossmann Henryk
Hałuszczyński Michał
Szczyrski Józef
Widrak Meliton.

Świadectwo dojrzałości otrzymali:

Berger Berl,
Budka Nicetas
Eckhardt Czesław
Felber Abraham
Gross Daniel
Juffe Izrael
Klinger Ozyasz
Krupa Józef
Lutfak Elio,
Michałowski Emil
Pohoryles Henryk
Poniatyszyn Piotr
Rejtarowski Wiktor
Saphir Joachim
Schalit Dawid
Schwerdfinger Abraham
Sobelsohn Julian
Tereszczuk Bazyli
Widawski Kazimierz
Wowkonowicz August
Zbrożek Dominik
Jucht Isser (ext.)
Witryol Abraham (ext.)

Reprobowano na rok trzech abituryentów, pięciu pozwolono poprawiać examin z jednego przedmiotu po feryach.